

*На правах рукописи*



**ФИЛИМОНОВА ЛЮДМИЛА НИКОЛАЕВНА**

**ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС В ВОДЕ И  
ВОДОНАСЫЩЕННЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ  
В ОБЛАСТИ ИНВЕРСИИ ПЛОТНОСТИ ВОДЫ**

**Специальность: 1.3.14.**

**Теплофизика и теоретическая теплотехника**

**АВТОРЕФЕРАТ**

**диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук**

**Тюмень – 2023**

Работа выполнена в Тюменском филиале Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук.

**Научный руководитель:** **Симонов Олег Анатольевич**  
кандидат физико-математических наук

**Официальные оппоненты:** **Просвиряков Евгений Юрьевич**  
доктор физико-математических наук, профессор  
кафедры информационных технологий и систем  
управления Федерального государственного  
автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Уральский Федеральный Университет  
имени Первого Президента России Б.Н. Ельцина»

**Ахметова Оксана Валентиновна**  
доктор физико-математических наук, доцент,  
главный специалист отдела гидродинамических  
исследований скважин ООО «РН-БашНИПИнефть»

**Ведущая организация:** Бюджетное учреждение высшего образования  
Ханты-Мансийского автономного округа – Югры  
«Сургутский государственный университет»,  
г. Сургут

Защита диссертации состоится « 26 » декабря 2023 г. в 13.00 на заседании диссертационного совета 24.2.418.02 при ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет» по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, д. 15а, ауд. 410.

Тел.: +7-905-823-98-23  
E-mail: filimonovaln@mail.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет» и на сайте: <https://diss.utmn.ru/sovet/diss-sovet-212-274-10/zashchita/>

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета 24.2.418.0.  
д-р физ.-мат. наук

С. Ю. Удовиченко

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность работы

Вода – самое распространённое вещество на Земле. Для корректного описания физических процессов, происходящих в системах, содержащих воду, необходимо правильно учитывать конвективное течение воды. Конвективное течение в воде возникает в гравитационном поле Земли вследствие разности плотности. Плотность воды изменяется вследствие изменения температуры. Как правило, чем ниже температура, тем выше плотность вещества. Однако вода обладает следующей особенностью: при уменьшении температуры плотность воды сначала увеличивается, достигает максимума при 3,98 °С, а затем уменьшается. Эта особенность называется инверсией плотности воды. В природных условиях, наличие инверсии плотности воды способствует образованию льда на поверхности водоёмов, а на их дне находится вода с положительной температурой и максимальной плотностью, что оказывает огромное влияние на эволюцию жизни на Земле. Вода также находится в пористых средах, где важно учитывать инверсию её плотности, чтобы более точно описывать процессы добычи полезных ископаемых, промерзание и оттаивание грунтов под зданиями и сооружениями, использование термостабилизаторов в районах вечной мерзлоты и т.п. Вследствие конвекции возникают потоки, переносящие массу и тепло, а это влияет на быт и безопасность человека. Стихийные бедствия, ураганы и циклоны являются следствием свободных конвективных течений. В большинстве общепринятых оценок, расчетов, методик наличие у воды максимума плотности не учитывается. Это приводит к тому, что движение в моделируемых системах не соответствует реальным физическим процессам. Если не учитывать у воды максимум плотности, то конвективное течение происходит в одном направлении, а при учёте наличия у воды максимума плотности возможна инверсия направления конвективного потока. Таким образом, что изучение вклада инверсии плотности воды и применение моделей, учитывающих её реальные свойства, актуальны и применимы в практике.

Исследованиями конвективного течения воды вблизи максимума её плотности занимались Paz M. De (1987); Anselmi C. (1990); Sonnino G.(1997); Cawley M.F. and McBride P. (2004); Othman S. (2008); Батуров Л.Н., Говор И.Н. (2016) и др. Проводились экспериментальные наблюдения температур в сосудах с водой при охлаждении границ, при которых наблюдали плато на кривых охлаждения, которое возникало вследствие инверсии плотности воды. Многие авторы методами численного моделирования рассчитывали конвективные потоки,

возникающие в экспериментальных установках. Сопоставление экспериментальных и численных результатов, показало, что немонотонное изменение температуры при охлаждении сосудов объясняется конвективными потоками. Кроме конвекции, вызванной зависимостью плотности воды от температуры, значительную роль должны играть течения, вызываемые силами на свободной поверхности (эффект Марангони), однако не было найдено работ, в которых бы исследовалось взаимодействие течений, вызванных поверхностным натяжением на свободной поверхности (эффект Марангони), и свободным конвективным течением воды при инверсии её плотности, чему, в частности, посвящено исследование данной диссертационной работы.

Много работ как зарубежных, так и отечественных авторов Horton C.W. (1945); Rees D.A.S. (2006); Сираев Р.Р. (2007); Capone F. (2011); Бочарова А.А. (2011); Трифонова Т.А. (2013); Колчанова Е.А. (2016); Загвозкин Т.Н. (2019); Астанина М.С. (2019) и других, посвящено конвекции воды в пористых средах. Исследовались структуры конвективных течений при различных граничных условиях. Определялись критические пороги температуры, условия, при которых система теряет устойчивость, и возникают конвективные течения в однородных и неоднородных пористых средах. Но большинство исследователей не учитывают инверсию плотности воды, и не было найдено работ, в которых с помощью оценочного параметра по характерным свойствам системы можно сделать вывод о необходимости расчётов конвективного течения в пористых средах при инверсии плотности воды.

При моделировании процессов замерзания и оттаивания воды в пористых средах исследователи Kesecioglu J., Linawley Y. (1993); Kesecioglu J., Bluhm J. (2005); Сергеев А.С. (2014); Плехов О. (2019); Запивахина М.Н. (2019); Sweidan A.H. (2020); Желнин М.С. (2021) и др. уделяют основное внимание увеличению объёма при промерзании (пучение) и уменьшению объёма при протаивании (усадка). Однако, как правило, не учитываются возникающие при этом конвективные течения, а также нет детального исследования влияния конвективных течений на форму границы фазового перехода в пористых средах, не изучено влияние инверсии плотности на степень промерзания пористой среды.

В связи вышеизложенным можно заключить, что цель диссертационной работы и поставленные в ней задачи по исследованию влияния инверсии плотности воды на конвективные течения в воде и водонасыщенных пористых средах являются актуальными.

**Цель работы.** Исследовать влияние инверсии плотности воды на структуру и свойства свободных конвективных течений в воде и в водонасыщенных пористых средах, в том числе с учётом фазового перехода вода-лёд.

Для достижения цели работы были поставлены и решены следующие основные задачи:

- Проведено исследование влияния поверхностного натяжения на тепломассоперенос в цилиндрическом сосуде, в центре которого вертикально расположен цилиндрический охлаждающий элемент.
- Изучено влияние конвективного теплопереноса на процесс охлаждения насыщенной водой пористой среды при учете явления инверсии плотности воды для различных значений проницаемости пористой среды.
- Рассмотрено влияние конвективного течения воды в пористой среде на структуру фронта кристаллизации и степень промерзания пористой среды.

### **Научная новизна**

- Представлена физико-математическая модель конвективного течения воды в цилиндрическом сосуде с охлаждающим элементом при немонотонной зависимости плотности воды от температуры, которая включает новые граничные условия на свободной поверхности (эффект Марангони), а также зависимости динамической вязкости, теплоёмкости, теплопроводности воды от температуры.
- С помощью этой модели детально изучена структура свободных конвективных течений, впервые объяснено взаимное влияние и роли инверсии плотности воды и поверхностного натяжения на тепломассоперенос.
- Решена многопараметрическая задача конвективного течения воды в высокопроницаемой пористой среде в цилиндрическом сосуде с охлаждающим элементом на основе полной физико-математической модели тепломассопереноса при инверсии плотности воды, учитывающей зависимость динамической вязкости, теплоёмкости, теплопроводности воды, а также плотности, теплоёмкости, теплопроводности пористой среды от температуры.
- Выполнен анализ влияния проницаемости пористой среды на процессы конвективного тепломассопереноса. Предложен оценочный безразмерный параметр, позволяющий по характеристикам моделируемой системы делать вывод о необходимости учёта инверсии плотности воды в теплофизических

задачах. Определены значения этого безразмерного параметра, при которых возможны достоверные расчёты без учета свободной конвекции.

- Решена многопараметрическая задача кристаллизации воды в пористой среде в цилиндрическом сосуде с охлаждающим элементом на основе полной физико-математической модели тепломассопереноса при инверсии плотности воды, учитывающей конвективные течения, зависимость теплофизических параметров воды и пористой среды от температуры.
- Изучено влияние конвективного течения на форму границы области фазового перехода в пористой среде, исследовано влияние инверсии плотности на степень промерзания пористой среды.

### **Практическая значимость**

Полученные результаты важны для корректного физического описания структуры конвективных течений в воде и водонасыщенных пористых средах. Они могут быть использованы при проектировании, строительстве и эксплуатации инженерных сооружений (зданий, скважин, трубопроводов, дорог и пр.). В ходе исследования определён характерный параметр, который может быть использован при выборе методики решения задач тепломассопереноса в водонасыщенных пористых средах вблизи нулевых температур.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается использованием известных законов механики многофазных сред и термодинамики; использованием широко апробированных численных методов, которые интегрированы в открытую интегрируемую платформу для численного моделирования задач механики сплошных сред OpenFOAM, позволяющую решать сложные многопараметрические задачи; многочисленным тестированием программ при различных исходных данных; сопоставлением с экспериментами и расчетами других авторов.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

- Физико-математическая модель конвективного течения воды в цилиндрическом сосуде с охлаждающим элементом при немонотонной зависимости плотности воды от температуры, которая учитывает новые граничные условия на свободной поверхности (эффект Марангони), а также зависимости динамической вязкости, теплоёмкости, теплопроводности воды от температуры. Результаты верификации и валидации применяемой модели по данным физического эксперимента и известных численных расчетов, показывающие достаточно высокую точность модели.

- Результаты численного моделирования конвективного течения воды в высокопроницаемой пористой среде в цилиндрическом сосуде с охлаждающим элементом на основе полной многопараметрической физико-математической модели тепломассопереноса при инверсии плотности воды, учитывающей зависимость динамической вязкости, теплоёмкости, теплопроводности воды, а также плотности, теплоёмкости, теплопроводности пористой среды от температуры. Введённый оценочный безразмерный параметр, позволяющий по характеристикам моделируемой системы делать вывод о необходимости учёта инверсии плотности воды в задачах тепломассопереноса в пористой среде, в том числе с учётом фазовых переходов.
- Результаты численного моделирования процесса кристаллизации воды в пористой среде в цилиндрическом сосуде с охлаждающим элементом, на основе полной многопараметрической физико-математической модели тепломассопереноса при инверсии плотности воды, учитывающей конвективные течения, зависимость теплофизических параметров воды и пористой среды от температуры. Объяснение значения и роли конвективных потоков при кристаллизации в водонасыщенных пористых средах и их влияние на степень промерзания пористой среды и на форму фронта области кристаллизации.

### **Объем и структура работы**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, содержащего 94 наименования. Общий объем диссертации составляет 98 страниц, диссертация содержит 30 рисунков.

**Личный вклад.** Проведение расчётов и анализ результатов, сопоставление полученных данных с результатами других авторов. В работах, выполненных в соавторстве, автор участвовал во всех этапах исследования от постановки задачи и выбора метода её решения до получения и анализа результатов. Представление изложенных в диссертации и выносимых на защиту результатов, полученных в совместных исследованиях, согласовано с соавторами.

### **Апробация работы**

Результаты исследований, приведённые в диссертации, докладывались и обсуждались на следующих конференциях:

- III международная научно-практическая конференция «физика конденсированного состояния и ее приложения», Стерлитамак, 2020.

- Всероссийская конференция с международным участием «Устойчивость природных и технических систем в криолитозоне», посвященная 60-летию образования Института мерзлотоведения им. П.И. Мельникова СО РАН, Якутск, 2020.
- XV Международная конференция «Забабахинские научные чтения», Снежинск, 2021.
- Международная конференция «Современные исследования трансформации криосферы и вопросы геотехнической безопасности сооружений в Арктике 2021», Салехард, 2021.
- Всероссийская конференция молодых ученых-механиков YSM-2021, посвященная 60-летию первого полета человека в космос, Сочи, 2021.
- XXI Международная конференция по методам аэрофизических исследований Россия, Новосибирск, 2022.
- XVI Международная конференция «Забабахинские научные чтения», Снежинск, 2023.

Результаты работы неоднократно докладывались автором на семинарах Тюменского филиала Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 11 научных работ, из них 4 в рецензируемых научных журналах из перечня ВАК, в том числе 1 публикация в издании, входящем в международные базы данных (Web of Science и Scopus), 7 публикаций в материалах и тезисах конференций.

### **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** описана актуальность темы, поставлены цели и задачи исследования, сформулированы положения, выносимые на защиту, обоснованы научная новизна, практическая и теоретическая значимость исследования, приведены данные об апробации результатов и публикациях по теме исследования.

**В первой главе** приводится анализ опубликованных работ по исследованию конвективных течений в воде и водонасыщенных пористых средах. Рассмотрены следующие аспекты исследования: конвекция в жидкости; уравнения и безразмерные параметры, описывающие свободную конвекцию; эффект Марангони; особенности течений при учёте инверсии плотности воды; конвективный перенос в пористых средах; конвективное течение при кристаллизации воды. Обзор литературы показал, что не проводились исследования взаимодействий течений, вызванных поверхностным натяжением на свободной границе (эффект Марангони) и свободным конвективным течением

воды с учетом инверсии её плотности. Также недостаточно полно исследован вопрос влияния конвективного течения на форму границы области фазового перехода в пористой среде, учитывая инверсию плотности воды.

**Во второй главе** представлена физико-математическая модель свободного конвективного течения воды в цилиндрическом сосуде с охлаждающим элементом при инверсии её плотности. Одновременно с инверсией плотности воды учитываются натяжение на свободной поверхности (эффект Марангони), а также зависимости динамической вязкости, теплоёмкости и теплопроводности воды от температуры.

Проведено численное исследование тепломассопереноса, происходящего при естественной конвекции воды в цилиндрическом сосуде радиуса  $R = 0,05\text{м}$ , высотой  $h = 0,1\text{м}$ , в центре которого вертикально расположен цилиндрический охлаждающий элемент радиусом  $r_s = 0,01\text{м}$  (рисунок 1). Исследование проводилось с помощью симулятора OpenFOAM, который позволяет решать данную сложную многопараметрическую задачу.

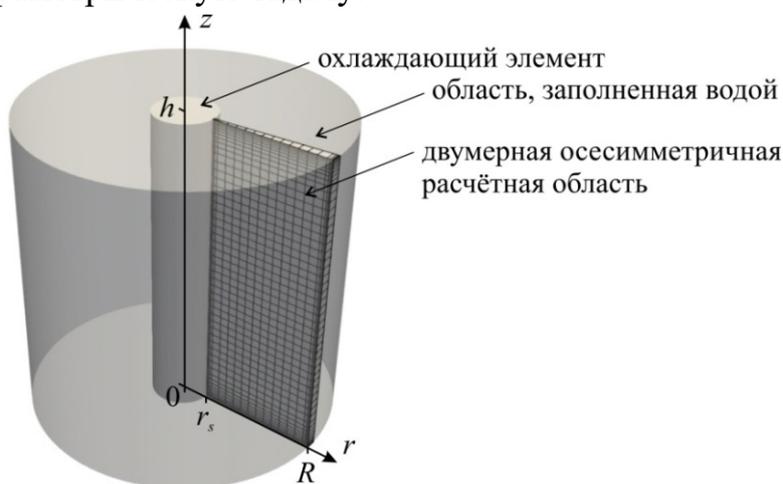


Рисунок 1. Геометрия рассматриваемой задачи

Особое внимание в работе уделено типу граничных условий на свободной поверхности (верхняя поверхность цилиндрического сосуда). Впервые исследовалось взаимодействие течений, вызванных поверхностным натяжением на свободной поверхности (эффект Марангони) и свободным конвективным течением воды при инверсии её плотности. Для этого в численном эксперименте рассмотрены три различных условия на верхней границе: первое – с учётом поверхностного натяжения; второе – без учёта поверхностного натяжения (в реальности этот случай может описывать применение некоторых химических веществ для снижения величины поверхностного натяжения); третье – условие прилипания (поверхность сосуда закрыта крышкой). На боковых и нижней стенках

сосуда принято условие прилипания. Все внешние стенки сосуда теплоизолированы. В начальный момент времени скорость конвективного течения принята равной нулю. Начальная температура равна 283 К.

Модель включает известную систему, состоящую из уравнений неразрывности, Навье – Стокса и сохранения энергии для несжимаемой жидкости:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (1)$$

$$\rho_w \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho_w (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\nabla p + \rho_w \vec{g} + \mu \Delta \vec{u}, \quad (2)$$

$$\rho_w c_w \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_w c_w \vec{u} \cdot \nabla T - \nabla \cdot (\lambda_w \nabla T) = 0. \quad (3)$$

где  $t$  – время (с);  $\vec{u}$  – вектор скорости движения воды (м/с);  $p$  – давление (Па);  $T$  – температура (К);  $\vec{g}$  – вектор ускорения свободного падения (м/с<sup>2</sup>);  $\rho_w(T)$  – плотность воды (кг/м<sup>3</sup>), зависящая от температуры;  $\mu(T)$  – динамическая вязкость воды (Па·с);  $c_w(T)$  – теплоёмкость воды (Дж/(кг·К));  $\lambda_w(T)$  – коэффициент теплопроводности воды (Вт/(м·К)).

Немонотонная зависимость плотности воды от температуры представлена выражением (4) из работы [Othman S.A. International Conference on Mechanical and Manufacturing Engineering (ICME 2008), 2008]. Данная зависимость плотности от температуры (рисунок 2) хорошо согласуется с экспериментальными данными плотности воды в диапазоне от 0 °С до 20 °С [Handbook of Chemistry and Physics, Vol. 64th ed., CRC Press, Boca Raton, Florida, 1984].

$$\rho_w(T) = 9,3456 \cdot 10^{-2} + 8,660272T - 2,3437 \cdot 10^{-2}T^2 + 1,878703 \cdot 10^{-5}T^3 \quad (4)$$

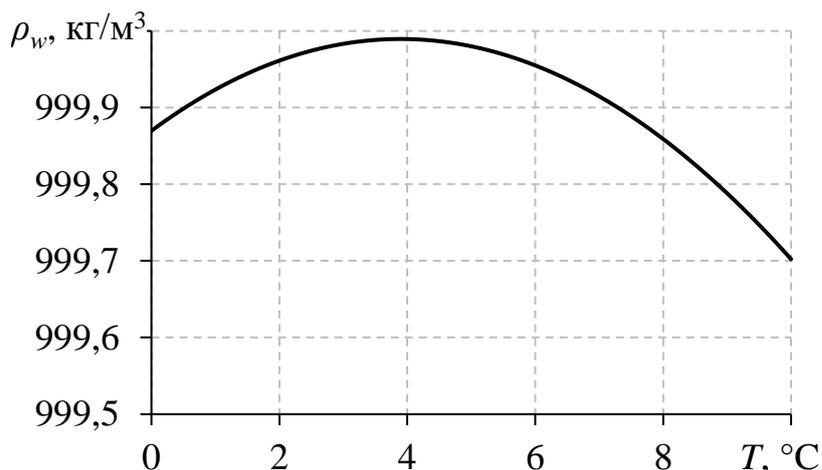


Рисунок 2. Зависимость плотности воды от температуры. Максимум плотности воды достигается при температуре 276,98 К (3,98 °С)

Численное исследование влияния поверхностного натяжения на структуру течения проводилось для трёх вариантов граничных условий на верхней границе цилиндрического сосуда:

1. Свободная поверхность с учётом поверхностного натяжения:

$$\mu \frac{\partial u_r}{\partial z} = \frac{d\sigma}{dT} \frac{\partial T}{\partial r}, u_z = 0. \quad (5)$$

2. Свободная поверхность без учёта поверхностного натяжения (условие проскальзывания):

$$\frac{\partial u_r}{\partial z} = 0, u_z = 0. \quad (6)$$

3. Условие прилипания (поверхность жидкости закрыта крышкой):

$$\vec{u}|_r = 0. \quad (7)$$

Здесь  $z$  – вертикальная координата (м);  $r$  – радиальная координата (м);  $u_r$  – радиальная компонента скорости (м/с);  $\sigma(T)$  – коэффициент поверхностного натяжения на границе вода-воздух, который зависит от температуры (Н/м).

На рисунке 3 приведены зависимости средней температуры воды от времени и на рисунке 4 зависимости средней скорости движения воды от времени для трёх случаев граничных условий.

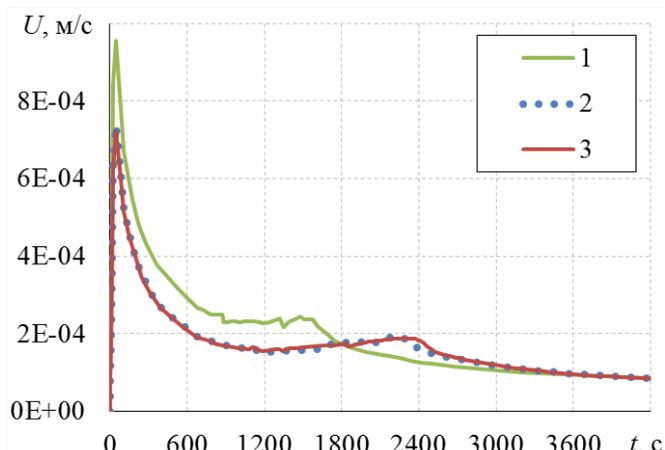
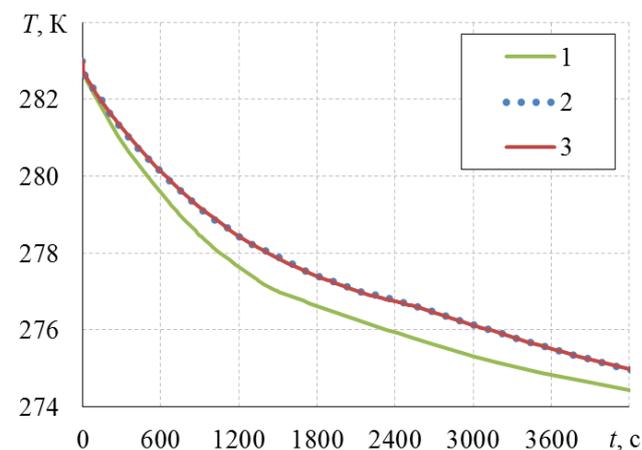


Рисунок 3. Зависимость средней температуры от времени для трёх различных граничных условий на верхней границе сосуда

Рисунок 4. Зависимость средней скорости течения от времени для трёх различных граничных условий на верхней границе сосуда

- 1 - свободная поверхность с имеющимся на ней поверхностным натяжением;
- 2 - свободная поверхность без учёта поверхностного натяжения;
- 3 - условие прилипания (поверхность закрыта крышкой)

Для всех рассматриваемых в работе граничных условий на верхней границе схема развития течения остается приблизительно одинаковой: сначала преобладает нисходящая конвекция вдоль охлаждающего элемента, далее в точке соприкосновения дна сосуда с охлаждающим элементом возникает восходящий поток, затем нисходящий поток оттесняется от охлаждающего элемента восходящим потоком, после чего устанавливается режим, в котором вдоль охлаждающего элемента вода поднимается вверх. Из рисунка 3 видно, что средняя температура для случаев 2 и 3, то есть, когда в расчетах не учитывалось поверхностное натяжение на верхней границе или принято условие прилипания, практически совпадает в течение всего времени моделирования. В случае свободной поверхности с имеющимся на ней поверхностным натяжением (случай 1), охлаждение происходит интенсивнее, то есть наличие поверхностного натяжения ускоряет охлаждение, при этом возрастают средние скорости течения (рисунок 4): восходящий поток быстрее достигает поверхности жидкости, и холодная вода быстрее накапливается в верхней части сосуда. Это приводит к более быстрому охлаждению жидкости в сосуде.

В результате, проведено исследование влияния поверхностного натяжения на тепломассоперенос в цилиндрическом сосуде, в центре которого вертикально расположен цилиндрический охлаждающий элемент. Детально изучена структура свободных конвективных течений, впервые объяснено взаимное влияние и роли инверсии плотности воды и поверхностного натяжения в тепломассопереносе.

Для проверки корректности модели было проведено сравнение с экспериментом и численным расчётом из работы [Cawley M.F. and McBride P. *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 47, no. 6–7, 2004], в которой охлаждение цилиндрической области проводилось от внешней границы, а не из центра, при немонотонной зависимости плотности воды от температуры. При численном моделировании указанных авторов коэффициент температуропроводности и динамической вязкости воды заданы постоянными величинами, не зависящими от температуры. Рассматривался цилиндрический сосуд с диаметром 51 мм и высотой 128 мм. Цилиндр полностью заполнен водой и закрыт сверху. Вдоль центральной оси цилиндра на высоте 32, 64 и 96 мм были установлены датчики температуры. На рисунке 5 приведено сопоставление динамики температуры для одного датчика в центре сосуда (на высоте 64 мм).

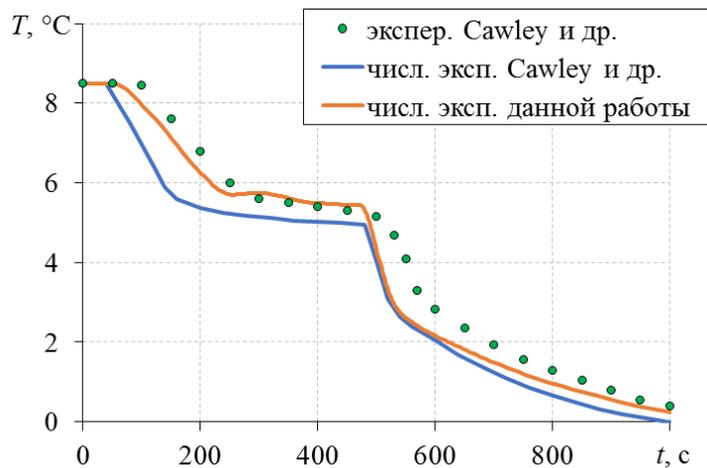


Рисунок 5. Сравнение результатов расчётов по представленной в работе модели с экспериментальными и расчётными данными из работы Cawley M.F. and McBride P. (2004)

Из рисунка 5 видно, что развитая в работе математическая модель показывает хорошее совпадение данных численного решения с экспериментальными данными, при этом полученные результаты численного моделирования показали более точное совпадение с экспериментом, чем расчёты, приведённые авторами эксперимента. Таким образом, показано, что применяемая модель корректна и достаточно точно описывает происходящие реальные процессы.

**В третьей главе** представлено численное решение многопараметрической задачи конвективного течения воды в высокопроницаемой пористой среде в цилиндрическом сосуде с охлаждающим элементом на основе полной физико-математической модели тепломассопереноса при инверсии плотности воды, учитывающей зависимость динамической вязкости, теплоёмкости, теплопроводности воды, а также плотности, теплоёмкости, теплопроводности пористой среды от температуры. Многопараметрическая задача решена с использованием известного программного продукта.

Проведены численные эксперименты по охлаждению водонасыщенной пористой среды, в которой вертикально расположен цилиндрический охлаждающий элемент (рисунок 6). В начальный момент времени система находится в термодинамическом равновесии. При  $t > 0$  на границе  $r = r_s$  задаётся постоянная температура, меньшая начальной. Все остальные границы расчётной области непроницаемы для тепла и вещества.

В этой модели допущения для воды аналогичны модели, представленной во второй главе. Зависимости вязкости, теплоёмкости, теплопроводности и поверхностного натяжения воды от температуры принимаются такими же как в

предыдущей задаче. Допущения для пористой среды стандартные: пористая среда однородна и изотропна; пористость постоянна; модель однотемпературная.

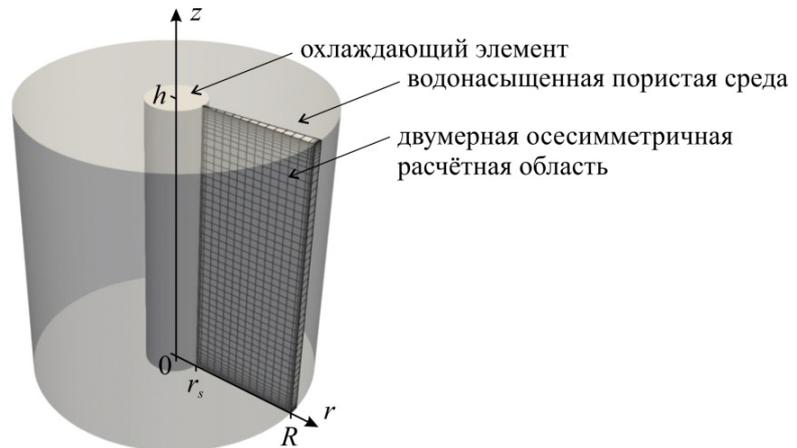


Рисунок 6. Геометрия рассматриваемой задачи.  $R$  – радиус расчётной области;  $r_s$  – радиус охлаждающего элемента;  $h$  – высота расчётной области

Система уравнений для описания конвективных течений в пористой среде в приближении Брикмана – Буссинеска имеет известный вид:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\rho_w}{m} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla p + \rho_w \vec{g} + \frac{\mu}{m} \Delta \vec{u} - \frac{\mu}{k} \vec{u}, \quad (9)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_w c_w \vec{u} \cdot \nabla T - \nabla \cdot (\lambda \nabla T) = 0, \quad (10)$$

где  $\vec{u}$  – скорость фильтрации воды (м/с);  $\rho_w(T)$  – плотность воды (кг/м<sup>3</sup>), зависящая от температуры,  $p$  – давление (Па),  $m$  – пористость;  $k$  – проницаемость пористой среды (м<sup>2</sup>);  $\mu(T)$  – динамическая вязкость воды (Па·с);  $\lambda(T) = (1 - m)\lambda_s(T) + m\lambda_w(T)$  – коэффициент теплопроводности насыщенной пористой среды (Вт/(м·К));  $\lambda_s(T)$  и  $\lambda_w(T)$  – коэффициент теплопроводности пористой среды и воды, соответственно (Вт/(м·К));  $\rho c(T) = (1 - m)\rho_s(T)c_s(T) + m\rho_w(T)c_w(T)$  – объёмная теплоёмкость насыщенной пористой среды (Дж/(м<sup>3</sup>·К));  $\rho_s(T)$  – плотность пористой среды (кг/м<sup>3</sup>);  $c_s(T)$  – теплоёмкость пористой среды (Дж/(кг·К)).

Конвективное течение воды в пористой среде моделировалось в цилиндрическом сосуде радиуса  $R = 0,2$  м, высотой  $h = 0,1$  м. В центр цилиндра помещён вертикальный охлаждающий элемент радиусом  $r_s = 0,01$  м. Начальная температура воды и пористой среды принималась равной 283 К. Температура охлаждающего элемента 273 К.

С помощью уравнения (10) введём безразмерный параметр  $\alpha$ , как отношение изменения температуры за счёт конвекции к изменению температуры за счёт теплопроводности:

$$\alpha = \frac{(\rho_{w_{max}} - \rho_{w_0})c_w kgh}{\rho c \nu \chi}, \quad (11)$$

где  $(\rho_{w_{max}} - \rho_{w_0}) = 0,129$  – разность характерных значений плотности воды при  $3,98$  °С и  $0$  °С ( $\text{кг/м}^3$ );  $h$  – характерный размер задачи, в моделируемом случае – это высота охлаждающего элемента (м);  $\nu$  – кинематическая вязкость воды ( $\text{м}^2/\text{с}$ );  $\chi = \lambda/\rho c$  – коэффициент температуропроводности насыщенной пористой среды ( $\text{м}^2/\text{с}$ ).

Используя выражение (11), перед расчетом или при анализе реальной задачи, можно оценить вклад конвективного и кондуктивного теплопереноса в общую теплопередачу рассматриваемой термодинамической системы. Если параметр  $\alpha < 1$ , то конвективный теплоперенос медленнее переноса тепла посредством теплопроводности. Если  $\alpha \approx 1$ , то перенос тепла посредством конвекции сопоставим с переносом тепла посредством теплопроводности. Если  $\alpha > 1$ , то конвекция играет определяющую роль в изменении температуры.

Для анализа зависимости скорости охлаждения от проницаемости (при изменении проницаемости изменяется и параметр  $\alpha$ ), по зависимостям средней температуры от времени, вычислена скорость охлаждения, когда средняя температура в объёме равна температуре максимума плотности воды, для различных значений параметра  $\alpha$ . Результаты сравниваются с расчетами, в которых инверсия плотности воды не учитывается. Скорость охлаждения пористой среды и безразмерный параметр определяются из выражений:

$$\xi_i = \frac{\partial T_{avr i}(t)}{\partial t},$$

$$\gamma_i = \frac{\xi_i}{\xi_3},$$

где  $T_{avr i}$  – средняя температура во всём объёме;  $\xi_i$  – скорость изменения температуры;  $i = 1, 2$  и  $3$  соответствуют случаям: максимум плотности воды учитывается, максимум плотности воды не учитывается, без учёта конвекции. Зависимость безразмерного параметра  $\gamma_i$  от параметра  $\alpha$  представлена на рисунке 7.

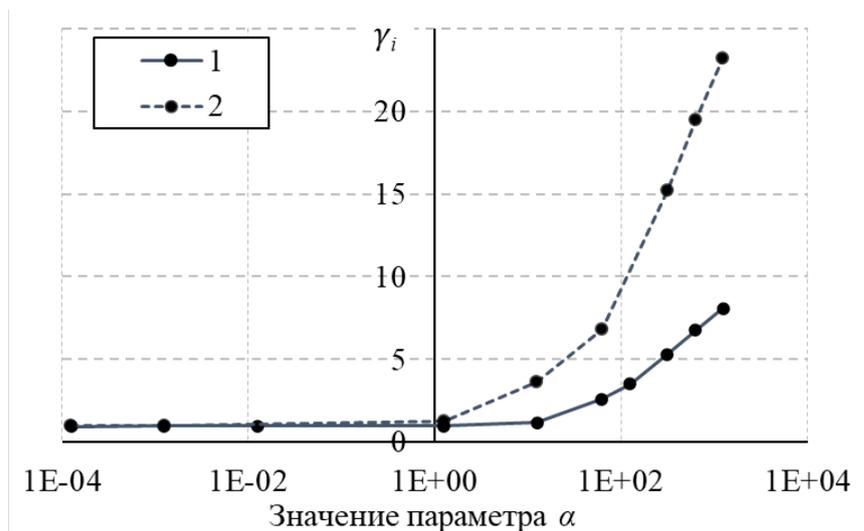


Рисунок 7. Зависимость средней скорости охлаждения пористой среды от параметра  $\alpha$ : 1 – максимум плотности воды учитывается; 2 – максимум плотности воды не учитывается

Из рисунка 7 видно, что при  $\alpha < 1$  скорости охлаждения слабо различаются для случаев 1 и 2. При значениях  $\alpha \approx 1$ , приближения, в которых не учитывается наличие максимума плотности воды, будут давать ошибочные результаты. Из-за перестройки течения конвекция начинает играть решающую роль в охлаждении системы только тогда, когда  $\alpha$  становится больше 10. В высокопроницаемых пористых средах, скорости охлаждения системы в решениях с учётом максимума плотности и без учёта его наличия пропорциональны и одинаково зависят от параметра  $\alpha$ . Это связано с тем, что перестройка течения замедляет конвективный теплообмен, за время замедления система охлаждается за счёт кондуктивного переноса, затем устанавливается восходящее течение. В условиях принятой модели, для переноса тепла от пористой среды к охлаждающему элементу неважно направление течения, а в связи с тем, что градиенты температуры при учете наличия максимума плотности воды меньше, скорость охлаждения в этом случае тоже меньше. Приведенные данные подтверждают роль параметра  $\alpha$  в оценке режимов конвективного течения в пористой среде, но наличие максимума плотности у воды приводит к тому, что конвекция начинает играть решающую роль при более высокой проницаемости. Оценивая параметр  $\alpha$ , можно дать рекомендации по учёту конвективных течений при проектировании и строительстве заданий и сооружений.

**В четвёртой главе** представлено численное решение многопараметрической задачи кристаллизации воды в пористой среде в цилиндрическом сосуде с охлаждающим элементом на основе полной физико-математической модели тепломассопереноса при инверсии плотности воды, учитывающей конвективные

течения, зависимость теплофизических параметров воды и пористой среды от температуры. Задача решена с использованием известного программного продукта.

В этой модели дополнительно приняты следующие допущения: фазовый переход происходит в равновесном режиме; лёд несжимаем и неподвижен; теплофизические свойства льда константы. Зависимости динамической вязкости, теплоёмкости, теплопроводности и поверхностного натяжения воды от температуры, а также зависимости плотности, теплоёмкости, теплопроводности пористой среды от температуры принимаются такими же, как в предыдущих задачах.

Модель включает систему известных уравнений в рамках принятых допущений: уравнения баланса массы для подвижной жидкой фазы (воды) и неподвижной твёрдой фазы (льда), линейный закон фильтрации Дарси, уравнение баланса энергии, и учитывает зависимость параметров воды и пористой среды от температуры:

$$\frac{\partial(mS_w\rho_w)}{\partial t} + \nabla \cdot (mS_w\rho_w\vec{v}_w) = -J_i, \quad (12)$$

$$\frac{\partial(mS_i\rho_i)}{\partial t} = J_i, \quad (13)$$

$$S_w + S_i = 1, \quad (14)$$

$$mS_w\vec{v}_w = -\frac{k_w}{\mu}(\nabla p - \rho_w\vec{g}), \quad (15)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + mS_w\rho_w c_w \vec{v}_w \cdot \nabla T - \nabla \cdot (\lambda \nabla T) = m\rho_i L_i \frac{\partial S_i}{\partial t}, \quad (16)$$

где  $\vec{v}_w$  – скорость воды (м/с);  $\rho_w(T)$  – плотность воды (кг/м<sup>3</sup>), зависящая от температуры;  $\rho_i$  – плотность льда (кг/м<sup>3</sup>);  $S_w$  и  $S_i$  – насыщенность пористой среды водой и льдом, соответственно;  $J_i$  – интенсивность льдообразования (кг/(м<sup>3</sup>·с));  $k_w = k k_{rw}$  – коэффициент проницаемости пористой среды для воды (м<sup>2</sup>);  $k_{rw}$  – относительная фазовая проницаемость воды;  $\mu(T)$  – динамическая вязкость воды (Па·с);  $p$  – давление (Па);  $\lambda(T) = (1 - m)\lambda_s(T) + m(S_w\lambda_w(T) + S_i\lambda_i)$  – коэффициент теплопроводности насыщенной пористой среды (Вт/(м·К));  $\lambda_i$  – коэффициент теплопроводности льда (Вт/(м·К));  $\rho c(T) = (1 - m)\rho_s(T)c_s(T) + m(S_w\rho_w(T)c_w(T) + S_i\rho_i c_i)$  – объёмная теплоёмкость насыщенной пористой среды (Дж/(м<sup>3</sup>·К));  $c_i$  – теплоёмкость льда (Дж/(кг·К));  $L_i$  – удельная теплота плавления льда (Дж/кг).

Конвективное течение воды в пористой среде моделировалось в цилиндрическом сосуде радиуса  $R = 0,5$  м, высотой  $h = 0,1$  м. В центр цилиндра

помещён вертикальный охлаждающий элемент радиусом  $r_s = 0,01$  м. Начальная температура воды и пористой среды принималась равной 277,13 К, то есть температуре, при которой плотность воды максимальна. Температура охлаждающего элемента линейно уменьшалась с 277,13 К до 262,13 К за время  $10^8$  с. Верхняя и нижняя границы непроницаемы для тепла и вещества. Температура и давление на внешней границе цилиндра заданы постоянными и равными начальным.

На рисунке 8 представлены распределения водонасыщенности в пористой среде для конечного момента времени расчёта для случаев с учётом и без учёта максимума плотности воды (стрелками указаны направления поля скорости).

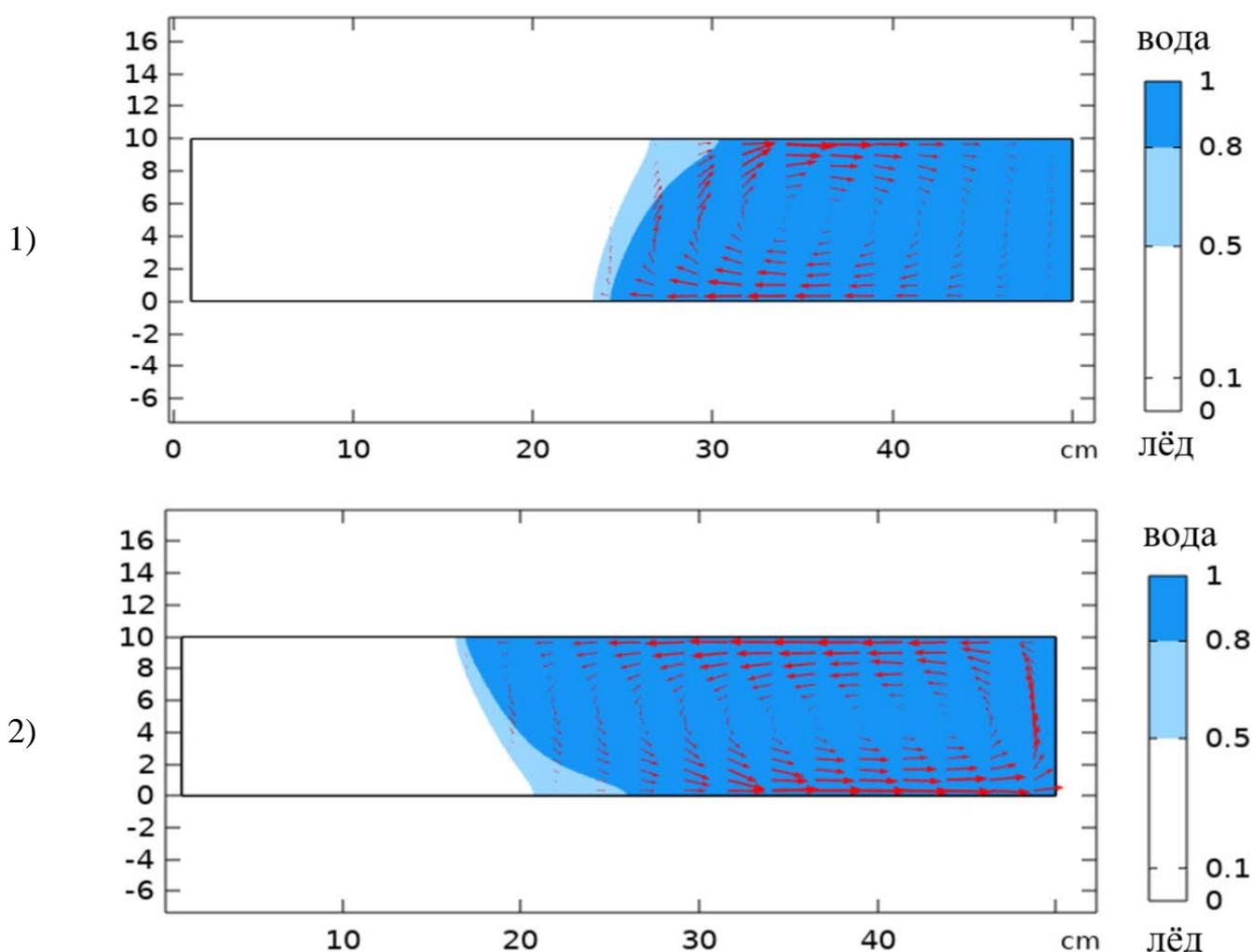


Рисунок 8. Распределение водонасыщенности в пористой среде при минимальной температуре охлаждаемого элемента: 1 – максимум плотности воды учитывается; 2 – максимум плотности воды не учитывается

При достижении на охлаждающем элементе температуры фазового перехода в пористой среде вокруг него образуется лёд, при этом тепло от внешней поверхности подводится к области фазового перехода за счёт теплопроводности и сформировавшихся конвективных потоков. Соотношение конвективного и кондуктивного теплопереноса определяет объём образовавшегося льда и форму фронта фазового перехода. Из рисунка 8 видно существенное отличие кривизны линии фазового перехода для случаев учёта и без учёта максимума плотности воды. Такое качественное отличие можно объяснить различными конвективными потоками в пористой среде. Если в расчётах учитывать инверсию плотности воды, то тёплая, более тяжёлая, вода фильтруется в нижней части цилиндра, достигает линии фазового перехода и, охлаждаясь, поднимается вверх, вследствие чего в верхней части цилиндра образование льда происходит более интенсивно. Это приводит кривизне фронта фазового перехода, образуется один вихрь с восходящим течением вдоль границы области фазового перехода и с нисходящим у внешней стенки. Если не учитывать максимум плотности воды, то возникает один вихрь, но направление конвективного течения противоположное, при этом вода поднимается вверх у внешней стенки и опускается вдоль границы области фазового перехода, то есть тёплая вода движется в верхней части области.

На рисунке 9 представлена зависимость доли объёма модели пористой среды, занятая льдом, от температуры охлаждающего элемента для двух случаев – с учётом и без учёта максимума плотности воды.

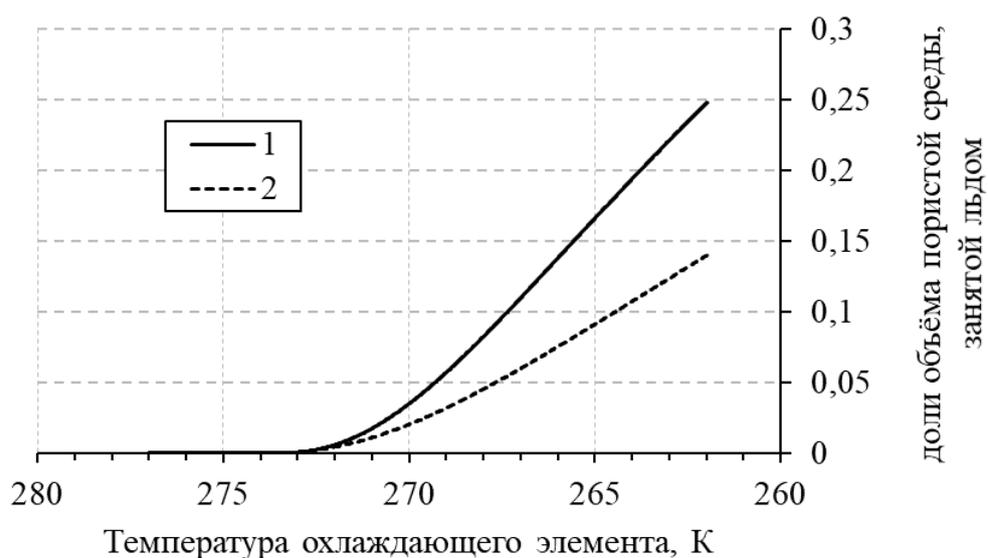


Рисунок 9. Зависимость доли объёма пористой среды ( $\alpha = 1,25$ ), занятой льдом, от температуры охлаждающего элемента. 1 – максимум плотности воды учитывается; 2 – максимум плотности воды не учитывается

Из рисунка 9 видно, что без учета максимума плотности воды доля объёма пористой среды, которая занята льдом, меньше. Это связано с тем, что инверсия плотности воды уменьшает роль конвективного теплопереноса в охлаждении исследуемого объёма.

На рисунке 10 приведена зависимость доли объёма модели пористой среды, занятой льдом от проницаемости, расчеты выполнены для двух моделей воды.

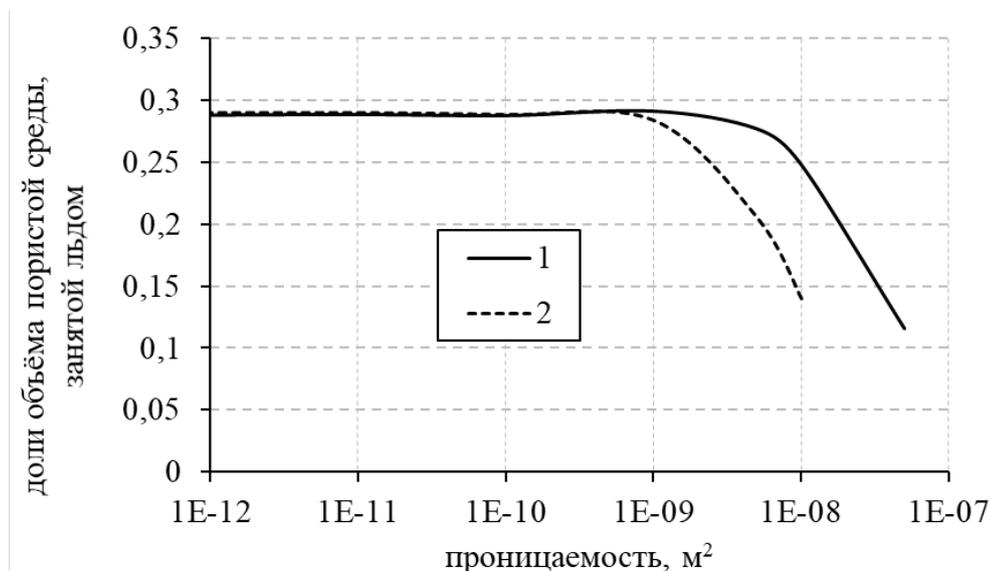


Рисунок 10. Доля объёма пористой среды, занятая льдом, в зависимости от абсолютной проницаемости. 1 – максимум плотности воды учитывается; 2 – максимум плотности воды не учитывается

Из рисунка 10 видно, что с понижением проницаемости пористой среды роль конвективного теплопереноса уменьшается, что подтверждает выводы о применимости оценочного параметра (10). При низкой проницаемости объём образовавшегося льда не зависит от фильтрационных свойств среды и конвективного течения в ней, так лимитируется уже теплопроводностью. Так как учёт максимума плотности воды приводит к уменьшению интенсивности конвективного потока, то выполаживание фронта фазового перехода происходит при более высоких проницаемостях, независимость объёма образовавшегося льда в пористой среде от её фильтрационных свойств проявляется раньше. Таким образом, при высоких проницаемостях необходимо учитывать инверсию плотности воды, так она существенным образом влияет на конвективные потоки и степень промерзания пористой среды.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Представлена физико-математическая модель конвективного течения воды, при немонотонной зависимости плотности воды от температуры, которая учитывает граничные условия на свободной поверхности (эффект Марангони), а также зависимости динамической вязкости, теплоёмкости, теплопроводности воды от температуры. Применение этой модели, позволяет корректно рассчитывать свободно конвективные течения и тепломассоперенос в системах, содержащих воду со свободной поверхностью.
2. Корректность представленной модели доказывается путём сравнения проведенных расчетов с данными физического и численного эксперимента, приведенными в работе [Cawley M.F. and McBride P. *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 47, no. 6–7, 2004]. Полученный в работе результат лучше согласуется с данными эксперимента.
3. В результате численного моделирования показано, что течение, вызываемое натяжением на свободной поверхности (эффект Марангони), значительно влияет на конвективный тепломассоперенос. При наличии свободной поверхности конвективное течение более интенсивно, возрастают средние скорости течения, что приводит к более быстрому охлаждению жидкости в сосуде.
4. Найдено решение многопараметрической задачи конвективного течения воды в высокопроницаемой пористой среде в цилиндрическом сосуде с охлаждающим элементом на основе полной физико-математической модели тепломассопереноса при инверсии плотности воды, учитывающей зависимость динамической вязкости, теплоёмкости, теплопроводности воды, а также плотности, теплоёмкости, теплопроводности пористой среды от температуры.
5. В рамках этой модели путём обезразмеривания уравнения теплопроводности, представлен параметр  $\alpha$ , как отношение изменения температуры за счёт конвекции к изменению температуры за счёт теплопроводности, учитывающий геометрию задачи и проницаемость пористой среды. Параметр  $\alpha$  применим для определения схемы расчётов задач тепломассопереноса в пористой среде, в том числе с учётом фазовых переходов.

6. В водонасыщенных пористых средах при значениях  $\alpha \ll 1$  в теплофизических задачах можно не учитывать конвективное движение и использовать простые модели теплопроводности. В задачах массопереноса игнорирование явления инверсии плотности воды не позволит получить достоверный результат.
7. При  $\alpha \gg 1$  в задачах тепломассопереноса в водонасыщенных пористых средах использование моделей, не учитывающих наличие максимума плотности воды, приводит к значительным ошибкам в расчетах.
8. Наличие максимума плотности воды уменьшает роль конвективных течений в тепломассопереносе. Перестройка течения, то есть изменение его направления с нисходящего на восходящее, уменьшает интенсивность конвективного перемешивания. Расчеты показывают, что это явление позволяет пренебречь в теплофизических расчетах свободной конвекцией при значениях  $\alpha < 10$ .
9. Решена многопараметрическая задача кристаллизации воды в пористой среде в цилиндрическом сосуде с охлаждающим элементом на основе полной физико-математической модели тепломассопереноса при инверсии плотности воды, учитывающей конвективные течения, зависимость теплофизических параметров воды и пористой среды от температуры.
10. Показано, что свободное конвективное течение в водонасыщенной пористой среде вблизи области фазового перехода не может быть описано моделью, не учитывающей инверсию плотности воды. В области фазового перехода всегда существует восходящий конвективный поток, что определяет форму вертикальной границы области фазового перехода и степень промерзания пористой среды.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

### *В изданиях, рекомендованных ВАК РФ:*

1. Симонов О.А., Филимонова Л.Н. Численное исследование влияния поверхностного натяжения на структуру течения в цилиндрическом сосуде с учетом максимума плотности воды // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2019. – Т. 5. – № 3. – С. 131-146.
2. Симонов О.А., Филимонова Л.Н. Численное моделирование конвективного движения воды в пористой среде с учетом максимума плотности воды // Прикладная физика и математика. 2020. – № 5. – С. 39-41.

3. Симонов О.А., Филимонова Л.Н. Влияние максимума плотности воды на охлаждение водонасыщенной пористой среды // Прикладная механика и техническая физика. 2021. – Т. 62. – № 4. – С. 68-79. (Simonov O.A., Filimonova L. N. Effect of a water density maximum on the cooling of a water-saturated porous medium // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2021. – Vol. 62. – No. 4. – Pp. 583-592.)

4. Симонов О.А., Филимонова Л.Н. Численное моделирование фазового перехода вода-лёд в высокопроницаемых водонасыщенных пористых средах // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2023. – Т. 9. – № 1 (33). – С. 22-38.

***В других изданиях:***

5. Симонов О.А., Филимонова Л.Н. Численное моделирование конвективного движения воды в пористой среде с учетом максимума плотности воды // Сборник трудов III Международной научно-практической конференции Республика Башкортостан «Физика конденсированного состояния и ее приложения», Стерлитамак. 2020. С. 68-73.

6. Симонов О.А., Филимонова Л.Н. Моделирование конвективного движения воды в пористой среде с учетом максимума плотности воды // Материалы докладов всероссийской конференции с международным участием, посвященной 60-летию образования Института мерзлотоведения им. П.И. Мельникова СО РАН, Якутск (Россия). 2020. С. 424-426.

7. Симонов О.А., Филимонова Л.Н. Влияние максимума плотности воды на охлаждение водонасыщенной пористой среды // Забабахинские научные чтения: сборник материалов XV Международной конференции, Снежинск. 2021. С. 209-210.

8. Симонов О.А., Филимонова Л.Н. Влияние максимума плотности воды на темпы охлаждения водонасыщенных пористых сред // Тезисы Международной конференции «Современные исследования трансформации криосферы и вопросы геотехнической безопасности сооружений в Арктике 2021», Салехард. 2021. С. 382-385.

9. Симонов О.А., Филимонова Л.Н. Конвективное течение воды в пористой среде с учетом максимума плотности воды // Тезисы всероссийская конференция молодых ученых-механиков YSM-2021, посвященная 60-летию первого полета человека в космос. Тезисы докладов, Сочи. 2021. С. 145.

10. Симонов О.А., Филимонова Л.Н. Влияние максимума плотности воды на охлаждение водонасыщенной пористой среды // XXI Международная конференция по методам аэрофизических исследований (ICMAR 2022), Новосибирск. 2022. С. 155-156.

11. Симонов О.А., Филимонова Л.Н. Влияние максимума плотности воды на темпы охлаждения водонасыщенных пористых сред // Забабахинские научные чтения: сборник материалов XVI Международной конференции, Снежинск. 2023.