На правах рукописи

ГОРБУНОВ ДМИТРИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЙ БИОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЧЕЛОВЕКА

Специальность: 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Сургут – 2023

Работа выполнена в бюджетном учреждении высшего образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры «Сургутский государственный университет».

Научный руководитель:

Гавриленко Тарас Владимирович, канд. техн. наук, доцент.

Официальные оппоненты:

Пятков Сергей Григорьевич, д-р физ.-мат. наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Югорский государственный университет» (г. Ханты-Мансийск), профессор инженерной школы цифровых технологий.

Тырсин Александр Николаевич, д-р техн. наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина» (г. Екатеринбург), профессор кафедры «Прикладная математика и механика».

Ведущая организация:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет» (г. Новосибирск)

Защита диссертации состоится «19» марта 2024 г. в 14:00 на заседании диссертационного совета 24.2.418.03 при ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет» по адресу 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а, ауд. 410.

Тел.: +7 (922) 658-83-56
E-mail: Gorbunov.dv@mail.ru

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет» и на сайте:
https://diss.utmn.ru/sovet/diss-sovet-212-274-14/zashchita/1194460/

Автореферат разослан: «____ » ______________ 2023 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
24.2.418.03, канд. техн. наук, доцент А.А. Оленников

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Исследование и моделирование биосистем и их подсистем имеют ключевое значение в современном мире. В прошлом ведущие мастера и ювелиры создавали различные механические природоподобные системы, включая механических птиц, животных и даже человекоподобные механизмы. Каждый мастер пытался в деталях воссоздать механику движения. В 20 веке исследования вышли на совершенно новый уровень, благодаря созданию более совершенных систем регистрации данных о том или ином процессе и развитию научного знания в таких областях, как математика, физика, биология и медицина. Биомеханическая система, как и любая другая функциональная подсистема организма, обладает рядом специфических особенной и является крайне сложной для моделирования и диагностики. Особое место при этом занимает задача, связанная с созданием математических моделей биомеханических систем. В 19 и 20 веках был сделан существенный прорыв в понимании механического движения и биомеханического в частности. В 19 веке механизмы великого русского математика П.Л. Чебышёва, и в частности «Стопоходящая машина», задали вектор в изучении и создании новых механизмов и механик. В области биомеханики, исследования А.В. Хилла, Б.С. Эббота, Д.Р. Уилки, А.Ф. Хаксли и В.И. Дещеревского имеют огромное значение и положили начало развитию науки в данном направлении. Например, Модель А.В. Хилла является одной из основополагающих теорий в области физиологии мышц и описывает механизмы, которые лежат в основе сокращений скелетной мышцы, она базируется на предположении о постоянной длине мышцы и постоянной скорости движения, а модель А.Ф. Хаксли описывает механизм сокращения мышц на молекулярном уровне. В.И. Дещеревский разработал модель, которая описывает процесс сокращений миофиламентов в мышечных волокнах и учитывает влияние внешних сил на движение. Несмотря на значительный прогресс в моделировании биомеханических систем, остаются нерешенными ряд задач, связанных со сложностью, недетерминированностью реализации двигательных актов.

Необходимо отметить, что параллельно с развитием математических моделей в биомеханике проводились исследования в области изучения функциональных систем организма человека, которые сейчас необходимо учитывать при разработке и совершенствовании математических моделей. Гипотеза «повторения без повторений» Н.А. Бернштейна, системы третьего типа У. Уивера и непрерывное изменение вероятностей у биосистем В.С. Степина являются важными теоретическими разработками в области биомеханики и математического моделирования. Они помогают понимать, как биологические системы могут адаптироваться к изменяющимся условиям и как они могут регулировать свою динамику. Исследования И.Р. Пригожина, М. Гелл-Мана и Д.А. Уилера также имеют большое значение для развития математического моделирования биомеханических систем. Они изучали сложные системы и динамику нелинейных процессов, что является ключевым аспектом моделирования биологических систем. Следует отметить исследования Еськова В.М. и его научной школы, которые обратили внимание на то, что в работе функциональных систем человека наблюдается особый хаос, и это приводит к непрерывному изменению функций распределения f(x) исследуемых параметров систем.

Отдельно следует отметить известного ученого в области математики и механики А.Ф. Филиппова, который сделал важный вклад в развитие теории управления и динамических систем. Теория дифференциальных уравнений с разрывной правой частью А.Ф. Филиппова является мощным инструментом для решения задач математического моделирования, в которых возникают разрывы в правой части дифференциальных уравнений. Она может быть применена для описания поведения систем с разрывными явлениями, в том числе биомеханической системы человека, что не было учтено другими исследователями. Применение теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью А.Ф. Филиппова в биомеханике позволяет учитывать такие важные факторы, как индивидуальные особенности каждого человека, а также воздействие внешних сил и изменения параметров в процессе движения.

Двигательная функция – одна из наиболее важных функций организма человека. В процессе жизнедеятельности человек подвергается воздействию различных психологических, физических, метеорологических и других факторов, способных в определённых условиях существенно влиять на реализацию того или иного двигательного акта, например, низкие температуры в северных широтах приводят к снижению точности выполнения операций, существенное влияние может оказывать и психоэмоциональный фон. От точности и эффективности реализации двигательных актов зависит эффективность и качество выполнения той или иной работы. Кроме этого, реализация механических движений является одним из самых ярких диагностических признаков, определяющих состояние наблюдаемого объекта. Моделирование как нормальных физиологических, так и патологических процессов в биомеханике (раздел механики) является в настоящее время одним из самых актуальных направлений в научных исследованиях современной математики, механики, биомеханики, медицины и биофизики. Создание более совершенных математических моделей и систем моделирования динамики движений биомеханической системы человека позволит решить целый спектр задач, связанных с диагностикой, прогнозом развития того или иного процесса, а также созданием новых систем регулирования и человеко-машинного взаимодействия.

Объединение современных теоретических представлений, математических методов и вычислительной техники позволяет говорить о возможности решения задачи на новом уровне.

Разработка математических моделей для биомеханической системы организма человека является актуальной и важной задачей, имеющей теоретическую и практическую значимость для большого спектра направлений народного хозяйства. Несмотря на достигнутый прогресс в этой области, существуют нерешённые проблемы в уже разработанных моделях, которые не позволяют решать определённый спектр задач. В этой связи, исследования в области изучения функциональных систем организма человека и теоретические разработки в области биомеханики и математического моделирования являются важными для дальнейшего совершенствования математических моделей и создания более точных и универсальных методов для моделирования динамики движений биомеханической системы человека.

Степень разработанности темы исследований. При разработке математических моделей необходимо учитывать сложную структуру и организацию работы внутренних процессов биосистем. Для понимания этого аспекта можно отметить исследования трех ученых: Н.А. Бернштейна, У. Уивера и В.С. Степина. Имеются также многочисленные попытки описывать сложные биосистемы в рамках термодинамики неравновесных систем, фрактальной размерности, мультифракталами и т.д. в работах И.Р. Пригожина, М. Гелл-Мана и Д.А. Уилера. За развитие теории хаоса-самоорганизации и уточнение наличия неопределенностей в динамике изменения параметров функциональных систем можно отметить научную школу В.М. Еськова и его учеников и последователей О.Е. Филатову, В.В. Еськова, М.А. Филатова и В.В Козлову. Также следует отметить ученых П.К. Анохина, И.И. Горбаня, В.В. Смолянинова, У.Б. Кеннона, Г.Р. Иваницкого за существенный вклад в понимание работы функциональных систем организма человека.

Значительный вклад в разработку моделей мышечных сокращений на уровне сокращений отдельных мышечных волокон и их групп внесли А.В. Хилл, Б.С. Эббот, Д.Р. Уилки, А.Ф. Хакси и В.И. Дещеревский. Для воспроизведения хаотической динамики поведения параметров движений конечности человека требуются новые подходы анализа и создания моделей. Одним из вариантов моделирования является применение решений А.Ф. Филиппова, который активно развивал теорию дифференциальных уравнений с разрывной правой частью для решения задач различного уровня, в том числе для проектирования и разработки технических систем управления. Применение теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью для моделирования биомеханической системы человека стало возможным благодаря доказательства В.А. Галкина о том, что метод ломаных Эйлера равномерно сходится к Ф-решениям.

Целью диссертационной работы является разработка математической модели и метода математического моделирования динамики движений биомеханической системы человека на примере произвольных и непроизвольных движений конечности, а также реализация комплекса проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

Задачи исследования:

1. Провести натурные эксперименты и собрать статистических данных по произвольным и непроизвольным движениям биомеханической системы человека для выявления и верификации закономерностей в динамике движений.
2. Разработать метод математического моделирования на основе теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью по результатам анализа параметров движений конечности человека с учетом биофизики мышечных сокращений.
3. Разработать метод и алгоритмы расчета динамики движений биомеханической системы человека.
4. Реализовать метод и алгоритмы расчета динамики движений биомеханической системы человека в виде комплекса проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов и сравнительного анализа экспериментальных и модельных данных по движениям биомеханической системы человека.

5. Провести сравнительный анализ результатов математического моделирования и данных натурных экспериментов.

Научная новизна:

1. Разработан новый метод математического моделирования динамики движений биомеханической системы человека на основе теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью с учетом установленных закономерностей в динамике движений биомеханической системы, зафиксированных в натурных экспериментах.

2. Разработаны и реализованы метод и алгоритмы численного расчета произвольных и непроизвольных движений конечности человека на основе решения дискретной формы разработанного метода математического моделирования в численном виде. Эффективность численного решения и алгоритмов подтверждается вычислительными экспериментами и сравнительным анализом с данными натурных экспериментов.

3. Создан комплекс проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительных экспериментов по воспроизведению динамики движения биомеханической системы человека на основе численного решения дискретной формы модели. Получены новые численные решения в задаче воспроизведения динамики движений конечности человека, которые позволяют воспроизводить траекторию движения конечности человека с хаотической динамикой.

4. Выполнен сравнительный анализ численных расчетов комплекса проблемно-ориентированных программ с данными натурных экспериментов.

К теоретической значимости относится метод математического моделирования динамики движений биомеханической системы человека, который может быть адаптирован для моделирования других немаловажных функциональных систем организма человека.

Практическая значимость заключается в разработке метода математического моделирования биомеханической системы человека, а также эффективных алгоритмов расчетов динамики произвольных и непроизвольных движений конечности человека. Созданный комплекс проблемно-ориентированных программ может быть использован для решения инженерно-технических задач, требующих моделирования динамики движений конечности человека, например, для проведения тонкой настройки системы управления в контуре человеко-машинных систем. Результаты диссертационного исследования также имеют практическое значение в медицине для исследований причин возникновения патологических процессов опорно-двигательного аппарата человека за счет изменения параметров модели (характеристики из биофизики мышечных сокращений), например, такие заболевания как болезнь Паркинсона, болезнь Альтцгеймера, эссенциальный тремор и др. Дополнительно результаты диссертационной работы имеют серьезное значение для спортсменов, деятельность которых связана с точностью выполнения двигательных функций со спортивным инвентарем (например, бильярд, биатлон, стрельба из лука и не только и тд.). Следует отметить и то, что модификация алгоритмов движений конечности позволит осуществлять моделирование в пространстве.

Методы исследования базируются на основах методов математических моделирования, численных методов, методов математической статистики, теории хаоса-самоорганизации, термодинамики неравновесных систем и теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработан метод математического моделирования динамики движений биомеханической системы человека на основе теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью.

2. Разработаны и реализованы численный метод и алгоритмы для математического моделирования динамики произвольных и непроизвольных движений конечности, в виде комплекса проблемно-ориентированных программ. Эффективность метода, алгоритмов и комплекса программ подтверждена вычислительными экспериментами и последующим сравнением с данными натурных экспериментов.

3. Реализованы численный метод и алгоритмы в виде комплекса проблемно-ориентированных программ для математического моделирования динамики биомеханической системы человека на примере произвольных и непроизвольных движений конечности. Получены результаты вычислительных экспериментов по воспроизведению динамики произвольных и непроизвольных движений конечности человека, установлена высокая эффективность результатов математического моделирования, в том числе и паталогических процессов.

4. Проведен сравнительный анализ результатов, полученных на основе расчетов комплекса проблемно-ориентированных программ и натурных экспериментов.

Соответствующие областям исследования паспорта научной специальности 1.2.2. – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ по физико-математическим наукам:

1. (1) Разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений (физико-математические науки).

2. (3) Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

3. (4) Разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурного эксперимента на основе его математической модели.

4. (5) Разработка новых математических методов и алгоритмов валидации математических моделей объектов на основе данных натурного эксперимента или на основе анализа математических моделей.

Степень достоверности результатов. Достоверность полученных результатов работы подтверждена данными натурного эксперимента и основана на анализе и оценке движений биомеханической системы человека с помощью апробированных научных положений и методов исследований, корректном применении теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью для разработки математического метода моделирования, согласованности новых результатов исследования с известными теоретическими положениями, результатах экспериментальной проверки разработанных методов и алгоритмов.

Внедрение результатов исследований. Разработанные подходы, алгоритмы и программы для ЭВМ для генерации и анализа параметров произвольных и непроизвольных движений человека внедрены в деятельность Сургутского филиала Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук» и учебный процесс бюджетного учреждения высшего образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры «Сургутский государственный университет» для направлений подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Автоматизированные системы обработки информации и управления» и 09.04.01 «Информатика и вычислительная техника», профиль «Информационное и программное обеспечение автоматизированных систем».

Апробация результатов исследования. Основные результаты и положения диссертации представлены и обсуждены на 15 международных и российских конференциях: Всероссийской научно-практической конференции «Север России: стратегии и перспективы развития» (г. Сургут, 2015 г.); IV Всероссийской конференции (г. Нижний Новгород, 2015 г.); V Съезде биофизиков России (г. Ростов-на-Дону, 2015 г.); Russian conference with international participation in memory of professor Vladimir S. Markhasin «Experimental and Computational Biomedicine» (г. Екатеринбург, 2016 г.); 20 Международной Пущинской школе-конференции молодых ученых «Биология – наука XXI века» (г. Пущино, 2016 г.); XII Международном междисциплинарном конгрессе «Нейронаука для медицины и психологии» (г. Судак, 2016 г.); XI Международной школе-конференции «Хаотические автоколебания и образование структур» (г. Саратов, 2016 г.); VI Всероссийском симпозиуме с международным участием, посвященном 85-летию образования Удмуртского государственного университета (г. Ижевск, 2016 г.); XIII Международном междисциплинарном конгрессе «Нейронаука для медицины и психологии» (г. Судак, 2017 г.); XXIII Съезде Физиологического общества имени И.П. Павлова (г. Воронеж, 2017 г.); V Всероссийской конференции «Нелинейная динамика в когнитивных исследованиях» (г. Нижний Новгород, 2017 г.).

Публикации по теме исследования. По теме диссертации опубликовано 18 работ, из них: 9 публикаций в журналах, рекомендованных ВАК Минобрнауки России [1-9], 2 статьи в других рецензируемых журналах [10, 11], 4 публикации в сборниках трудов и тезисах докладов конференций [12-15], 3 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ [16, 17, 18].

В процессе работы автор принимал участие в следующих проектах, связанных с темой диссертации: грант РФФИ №18-37-00113 мол_а (руководитель гранта); грант РФФИ №18-07-00162 А (исполнитель гранта); грант РФФИ №15-41-00034 р_урал_а (исполнитель гранта).

Личный вклад автора. Научные публикации [3, 10, 11] подготовлены лично автором. В работах [5-15] участие автора заключается в сборе и обработке данных натурных экспериментов, а также формулирование выводов. В работах [1-4] представлены разработанный автором метод математического моделирования, алгоритмы и их реализации в виде комплекса проблемно-ориентированных программ [16, 17, 18], включая выбор оптимальных значений параметров модели, тестирование и проведение вычислительного эксперимента [1, 3]. В совместных исследованиях автор принимал участие на всех этапах работы: постановка задачи, выявление и верификация закономерностей в динамике движений конечности на основе натурного эксперимента, выбор и формулировка модели. В совместных работах научному руководителю к.т.н. Т.В. Гавриленко принадлежит первоначальная постановка задачи моделирования динамики движений биомеханической системы человека на примере произвольных и непроизвольных движений конечности. В статьях [5, 15] автор организовывал проведение натурного эксперимента, обработку данных и формулировал основные выводы по результатам исследований для выявления основных закономерностей в динамике поведения произвольных и непроизвольных движений, которые легли в основу метода математического моделирования, математической модели, выбора численных методов и алгоритмов моделирования опубликованных в работах [1, 2, 4]. Автор самостоятельно реализовывал методы и алгоритмы на высокоуровневом языке программирования C# в виде комплекса проблемно-ориентированных программ [16, 17, 18].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов и списка литературы. Объем диссертации составляет 167 страниц, включая 65 рисунков и 25 таблиц. Список литературы содержит 101 наименование.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность исследования, сформулированы цель и задачи диссертации, перечислены положения, выносимые на защиту, показана научная новизна и практическая значимость работы.

В первой главе представлен обзор литературы и обоснование наличия особого хаоса в динамике поведения параметров нервно-мышечной системы (НМС) организма человека, который отличается от детерминированного хаоса.

Представлено обоснование применения термодинамики неравновесных систем И.Р. Пригожина и предложен подход к анализу параметров биомеханической системы человека на основе энтропии Шеннона. Также представлена методика расчета параметров квазиаттрактора для выявления и верификации закономерностей в динамике поведения параметров произвольных и непроизвольных движений человека в рамках теории хаоса-самоорганизации. Дана характеристика проблемы идентификации гомеостаза человека на основе математической статистики. Приводится количественная оценка гипотезы Н.А. Бернштейна «повторение без повторений» в рамках математической статистики. Далее выполнен обзор аналогов моделей для описания движений.

Также в первой главе представлены основы теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью. Особенности работы биомеханической системы человека позволяют применить теорию дифференциальных уравнений с разрывной правой частью для моделирования параметров движений конечности человека. Решение подобных уравнений может быть получено с помощью предельного перехода, с учетом физического смысла рассматриваемой системы. В силу того, что динамика параметров движений человека ведет себя непредсказуемо, с точки зрения математической статистики, можно полагать, что эта динамика связана с разрывной правой частью по x, по аналогии решений дифференциальных уравнений с разрывной правой частью.

Во второй главе представлена методика проведения исследования для выявления и верификации закономерностей в динамике произвольных и непроизвольных движений и методы обработки параметров биомеханической системы человека. Для проведения эксперимента была отобрана группа испытуемых (25 человек в возрасте 25–28 лет). Перед началом регистрации параметров движений конечности испытуемых проводился опрос о наличии патологий. Каждому испытуемому выдавалась инструкция (рекомендации) по поведению в период проведения экспериментов в различных состояниях для максимального приближения состояния организма испытуемых к «одному» гомеостазу. В рамках одной серии эксперимента (всего 15 серий) с каждым испытуемым производилась регистрация параметров в режиме многократных повторов регистрации (не менее 30 выборок). Для регистрации биомеханических параметров движений конечности человека использовался биоизмерительный комплекс с частотой дискретизации μ=100 Гц.

В рамках верификации низкой диагностической ценности термодинамики неравновесных систем производился расчет значений энтропии Шеннона по формуле:

$$E = \sum_{i=1}^{n} p(i) log_2 p(i), \quad (1)$$

где p – функция вероятности.

Далее производилась верификация метода расчета параметров квазиаттракторов в рамках теории хаоса-самоорганизации. Квазиаттрактор (КА) – пересечение в заданном m-мерном пространстве всех параллелепипедов Q, включающее в себя все реализации случайной величины χ_i^l (l=1, 2, …, m, i=j,…, e, $[j, e]$, j∈Z, e∈Z, $j \ll e$) в m-мерном фазовом пространстве L с координатами центра $\bar{M}=\{M^l(\overline{\chi^1}),\ldots,M^m(\overline{\chi^m})\}$, расположенного на пересечении главных диагоналей, и с длинами сторон $D^l(\bar{x}^l)$, ориентированными параллельно осям координат. Мерой квазиаттрактора V_G принимается его объем, рассчитываемый по формуле:

$$V_G = mes(Q) = \prod_{i=1}^{m} D^l \bar{x}^l, \quad (2)$$

где m – количество пространственных измерений;

$D^l(\bar{x}^l)$ – размах вариации случайной величины x^l в пространственном измерении l.

С помощью параметров КА получаемые выборки параметров движений были исследованы на однородность. Из общего числа выборок исключаются все выборки, которые не удовлетворяют условиям: центр KA_i x_i^c выходит за пределы ограниченной области любого другого KA_j из общего числа выборок, все выборки должны удовлетворять неравенству:

$$0,5 \le V_{Gi}/V_{Gj} \le 2 , \quad (3)$$

где V_{Gi} – любой i-й КА из одной совокупности выборок;

V_{Gj} – любой j-й КА этой же совокупности выборок, причем $i \neq j$.

В третьей главе представлены результаты анализа по выявлению и верификации закономерностей динамики поведения параметров биомеханической системы человека в рамках математической статистики, термодинамики неравновесных систем и теории хаоса-самоорганизации.

С позиций теоремы Гленсдорфа–Пригожина не удалось установить статистически достоверные изменения энтропии, т.е. скорость прироста энтропии $P = dH/dt$ почти нулевая. При выходе из положения равновесия энтропия не может продемонстрировать существенных изменений. Опираясь на базовую теорему термодинамики неравновесных систем, в точке покоя (или равновесия) должны получить $H \to max$, a $dH/dt \to 0$. При выходе из равновесия энтропия должна убывать, а dH/dt, наоборот, нарастать, но она статистически не изменяется, т.к. $dH/dt = 0$.

Верификация метода расчета параметров КА для параметров произвольных и непроизвольных движений позволила подтвердить высокую степень информативности данного подхода, а также установить возможность его использования для валидации математической модели на основе данных натурного эксперимента. Установлено увеличение значений площадей КА для эксперимента с нагрузкой. На основе статистического анализа динамики изменения площадей КА идентифицировать спокойное состояние и состояние после холодового воздействия достаточно сложно, но если построить фазовый портрет (рис. 1a и рис. 1b), то видно, что после холодового воздействия появляется некоторая генерализационная составляющая и внешний вид КА существенно изменяется.

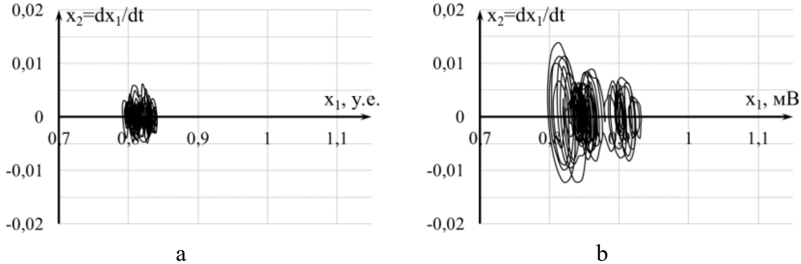


Рис. 1. Пример двухмерного изображения фазовой плоскости треморограмм:
a – в спокойном состоянии, b – после холодового воздействия

Верификация метода оценки однородности выборок производилась на основе расчета параметров КА, координат их центров в виде x_i^c и расчета отношений V_G КА. Для разгрузки восприятия графического отображения на рис. 2 представлены 6 областей КА, две из которых не удовлетворяют критерию однородности выборок.

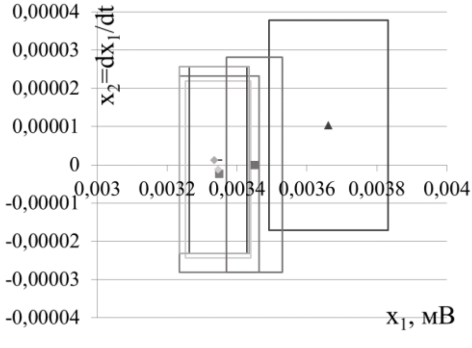


Рис. 2. Демонстрация отбора выборок по критерию однородности
на примере 6 выборок с 2 неоднородными выборками

Далее потребовалась верификация методов математической статистики для оценки закономерностей динамики параметров биомеханической системы, а также возможности использования данных методов для валидации математической модели. Для всех параметров биомеханической системы наблюдается устойчивая закономерность: получаемые выборки могут удовлетворять закону нормального распределения не более чем в 2 % случаев. При построении матриц парных сравнений число k пар совпадений выборок для одного испытуемого невелико, для тремораграмм (ТМГ) получилось в среднем $<k>\approx 5$ %. Число пар совпадений закономерно для определенного состояния, например, для ТМГ при удержании груза $k_{mp}\approx 13$ %, для теппинграмм (ТПГ) число совпадений выше ($k_{mn}\approx 16$-17 %).

Четвертая глава посвящена методу математического моделирования на основе теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью и математической модели на его основе. Таким образом, детальное изучение теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью позволило разработать метод математического моделирования для описания динамики любых параметров функциональных систем организма (ФСО) человека. Таким образом, механизм регуляции ∇b ФСО человека внутри некоторой δ-окрестности представлен системой дифференциальных уравнений:

$$dx/dt = f\big(t, x, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x)\big), \tag{4}$$

где $u_i(t, x)$, $i=1,\dots,r$, – независимые части биологической системы, которые могут независимо пробегать множества $U_i(t, x)$. Также необходимо наложить следующее ограничение: пусть физическая система вне δ-окрестности M^δ некоторого множества M, на которой функции уравнений (4) разрывны, $x(t)$ должна удовлетворять уравнению (4), а в самой окрестности при почти всех t:

$$\big|dx(t)/dt - f\big(t, q(t)\big)\big| \le \delta, \tag{5}$$

где $q(t)$ –любая функция из M^δ, которая находится на расстоянии, не большем δ, от областей непрерывности G_i, G_j, G_k,… .

Движение системы может осуществляться по любому из законов (в зависимости от ФСО и известных сведений о процессах в этой ФСО):

$$\begin{gathered} dx/dt = f_i\big(t, x, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x)\big), \\ dx/dt = f_j\big(t, x, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x)\big), \\ dx/dt = f_k\big(t, x, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x)\big). \\ \dots \end{gathered} \tag{6}$$

Если точка $(t,x)\in M$ лежит на границах сечения двух или нескольких областей G_1, …,G_k, то множество $F(t, x)$, содержащее все предельные значения вектор-функции $f(t, x^*)$, является отрезком или выпуклым многоугольником, или многогранником с вершинами $f_i(t, x)$, $i\le k$, где:

$$\begin{gathered} f_i\big(t, x, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x)\big) = \lim_{(t,x^*)\in G_i, x^*\to x} f\big(t, x^*, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x)\big), \\ f_j\big(t, x, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x)\big) = \lim_{(t,x^*)\in G_j, x^*\to x} f\big(t, x^*, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x)\big), \\ f_k\big(t, x, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x)\big) = \lim_{(t,x^*)\in G_k, x^*\to x} f\big(t, x^*, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x)\big). \\ \dots \end{gathered} \tag{7}$$

В случае разрыва функции f на поверхностях G_i, G_j, G_k, … эти поверхности делят свою окрестность в пространстве на области. Пусть при $t=const$ и приближении точки x^* к точке $x\in G$ из областей функция

$f(t, x^*, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x))$ имеет предельные значения с обеих сторон $G_i^+, G_i^-, G_j^+, G_j^-, G_k^+, G_k^-, \dots$.

Таким образом, вектор-функция $x(\cdot)$, которая определена на интервале $(t_1, t_2) \in \delta$, непрерывна и при почти всех $t \in (t_1, t_2)$ при любом выборе ортогональной системы координат в пространстве R_n (в зависимости от известных сведений о процессе работы ФСО):

$$m\{f^{(i)}(t, x, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x))\} \le dx(u_i)/dt \le M\{f^{(i)}(t, x, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x))\},$$
$$i = 1,2,\dots,r,$$

(8)

где $f^{(i)}$ – правые части системы уравнений (4).

В случае математического описания процессов работы ФСО человека необходимо учесть и тот факт, что некоторые параметры $u_1(t,x), \dots, u_r(t,x)$ в процессе самоорганизации удержания ∇b в определенной δ-окрестности могут независимо пробегать соответственные множества $U_1(t,x), \dots, U_r(t,x)$. Тогда пусть:

$$F_1(t,x) = f(t, x, U_1(t,x), \dots, U_r(t,x)) \quad (9)$$

является множеством значений функции $f(t, x, u_1(t,x), \dots, u_r(t,x))$, когда t и x постоянны. Решением дифференциального уравнения (4) называются решения дифференциального включения $dx/dt \in F(t,x)$, где $F(t,x) \equiv F_1(t,x)$. Таким образом, система дифференциальных уравнений (4) способна описать динамику удержания внутренних градиентов ∇b внутри некоторой δ-окрестности, которая представляет собой некоторое стационарное состояние. С некоторой упрощенной структурой данное математическое описание динамики поведения параметров ФСО было перенесено на описание динамики произвольных и непроизвольных движений человека.

Пусть в формуле (4) $u_i(t, x)$, $i=1,\dots,r$ представляют отдельные части биомеханической системы. С помощью этих функций $u_i(t, x)$ можно определить ключевые параметры модели на основе известных сведений о механизме и динамике поведения параметров движений конечности человека. Также необходимо отметить, что для каждой функции $u_i(t, x)$ существуют соответствующие множества $U_i(t, x)$, которые пробегают эти функции независимо. Следует обратить внимание на то, что если $u_i(t, x)$ непрерывна, то $U_i(t, x)$ является точкой. Соответственно, система дифференциальных уравнений с разрывной правой частью для описания динамики движений человека имеет вид:

$$\begin{gathered} dx/dt = f(t, x, u_1^{br}(t,x), u_2^{br}(t,x), u_1^{fbr}(t, x, Q^+(t,x)), u_2^{fbr}(t, x, Q^-(t,x)), \\ u_{tr}(t, x, Qq(t,x)), u_{1,o}^+\left(x, t, m_{1,o}^+(t,x), t_{se}^+(x,t)\right), u_{2,w}^+\left(x, t, m_{2,w}^+(t,x), t_{ak}^+(x,t)\right), \\ u_{3,s}^+\left(x, t, m_{3,s}^+(t,x), t_{lj}^+(x,t)\right), u_{1,o}^-\left(x, t, m_{1,o}^-(t,x), t_{se}^-(x,t)\right), \\ u_{2,w}^-\left(x, t, m_{2,w}^-(t,x), t_{ak}^-(x,t)\right), u_{3,s}^-\left(x, t, m_{3,s}^-(t,x), t_{lj}^-(x,t)\right), \end{gathered},$$

(10)

где o, w, s – количество мышечных волокон определенного типа, $u_1^{br}(t,x), u_2^{br}(t,x)$ осуществляют установку верхней и нижней границы, являются непрерывными и пробегают множества $U_1^{br}(t,x)$, $U_2^{br}(t,x)$. Особое внимание необходимо обратить на функции $u_1^{fbr}\big(t,x,Q^{+}(t,x)\big), u_2^{fbr}\big(t,x,Q^{-}(t,x)\big)$, отвечающие за формирование коридора, в котором генерируется линия разрыва (траектория движения), при ее пересечении происходит переключение работы мышечных пучков. Эти функции являются разрывными и пробегают соответствующие множества $U_1^{fbr}(t,x,QQ^{B}), u_2^{fbr}(t,x,QQ^{H})$, здесь решением QQ^{B} считаются значения из множества $Q_{i-1}^{+}(t,x)$, а решение QQ^{H} формируем на основе множества $Q_{i-1}^{-}(t,x)$ по формулам соответственно:

$$\begin{matrix} Q_{i-1}^{+}(t,x) \geq \frac{u_{tr_{i-1}}}{2}, QQ^{B}(-q^{B}+\Delta t) \\ Q_{i-1}^{+}(t,x) < \frac{u_{tr_{i-1}}}{2}, QQ^{B}(-q^{B}-\Delta t) \end{matrix}, \Delta t = u_{tr_{i-1}}, \tag{11}$$

$$\begin{matrix} Q_{i-1}^{-}(t,x) \geq \frac{u_{tr_{i-1}}}{2}, QQ^{H}(-q^{H}+\Delta t) \\ Q_{i-1}^{-}(t,x) < \frac{u_{tr_{i-1}}}{2}, QQ^{H}(-q^{H}-\Delta t) \end{matrix}, \Delta t = u_{tr_{i-1}}. \tag{12}$$

Соответственно, формирование траектории линии разрыва для воспроизведения динамики произвольных и непроизвольных движений осуществляется на основе функции $u_{tr}\big(t,x,Qq(t,x)\big)$, где $Qq(t,x)$ пробегает множество $QQq(QQ^{H}, QQ^{B})$, а решение u_{tr} пробегает множество $U_{tr}(t,x,QQq)$.

Далее необходимо детально рассмотреть реализации работы мышечных волокон в системе дифференциальных уравнений с разрывной правой частью. Таким образом, $u_{1,o}^{+}\left(x,t,m_{1,o}^{+}(t,x),t_{se}^{+}(x,t)\right)$ осуществляет контроль работы мышечных волокон одного типа (всего в модели присутствуют 3 типа мышечных волокон, как и в мышечных пучках). Функция $t_{se}^{+}(x,t)$ отвечает за величину потенциала мышечного волокна и пробегает множество $T_{se}^{+}(x_{se},y_{se})$, а решение для функции $m_{1,o}^{+}(t,x)$ записывается в виде $U_{1,o}^{+}\big(x,t,M_{1,o}^{+},T_{se}^{+}\big)$ и принимает значение по формуле:

$$\begin{cases} \frac{dx_{i-1}}{dt} < u_{tr} & \begin{cases} m > 0 & M_{1,o}^{+}(t,x)-1, M \in R_n, T_{se}^{+}(x_{se},y_{se}) \\ m \leq 0 & \begin{cases} p = 1 & M_{1,o}^{+}(t,x) * -1, M \in R_n, T_{se}^{+}(x_{se},y_{se}) \\ p < 1 & M_{1,o}^{+}(t,x), M \in R_n, T_{se}^{+}(x_{se},y_{se}) \end{cases} \end{cases} \\ \frac{dx_{i-1}}{dt} > u_{tr} & M_{1,o}^{+}(t,x), T_{se}^{+}(0) \end{cases}. \tag{13}$$

Аналогично и для $u_{1,o}^{-}\left(x,t,m_{1,o}^{-}(t,x),t_{se}^{-}(x,t)\right)$ за исключением условий формирования решения:

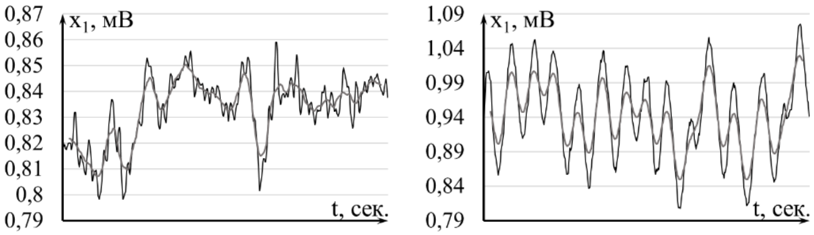
$$\begin{cases} \frac{dx_{i-1}}{dt} > u_{tr} & \begin{cases} m > 0 & M_{1,o}^{-}(t,x)-1, M \in R_n, T_{se}^{-}(x_{se},y_{se}) \\ m \leq 0 & \begin{cases} p = 1 & M_{1,o}^{-}(t,x) * -1, M \in R_n, T_{se}^{-}(x_{se},y_{se}) \\ p < 1 & M_{1,o}^{-}(t,x), M \in R_n, T_{se}^{-}(x_{se},y_{se}) \end{cases} \end{cases} \\ \frac{dx_{i-1}}{dt} < u_{tr} & M_{1,o}^{-}(t,x), T_{se}^{-}(0) \end{cases}. \tag{14}$$

Руководствуясь такими же соображениями, формируем множества $U_{2,w}^{+}\big(x,t,M_{2,w}^{+},T_{ak}^{+}\big)$, $U_{3,s}^{+}\big(x,t,M_{3,s}^{+},T_{lj}^{+}\big)$, $U_{2,w}^{-}\big(x,t,M_{2,w}^{+},T_{ak}^{-}\big)$, $U_{3,s}^{-}\big(x,t,M_{3,s}^{+},T_{lj}^{-}\big)$ для $u_{2,w}^{+}\left(x,t,m_{2,w}^{+}(t,x),t_{ak}^{+}(x,t)\right)$, $u_{3,s}^{+}\left(x,t,m_{3,s}^{+}(t,x),t_{lj}^{+}(x,t)\right)$, $u_{2,w}^{-}\left(x,t,m_{2,w}^{-}(t,x),t_{ak}^{-}(x,t)\right)$,

$u_{3,s}^{-}\left(x, t, m_{3s}^{-}(t,x), t_{lj}^{-}(x,t)\right)$. Соответственно, решением системы дифференциальных уравнений (10) называется дифференциальное включение:

$$F_1(t,x) = f(t, x, U_1^{br}, U_2^{br}, U_1^{fbr}, U_2^{fbr}, U_{tr}(t,x,QQq), U_{1,o}^{+}(t,x,M_{1,o}^{+},T_{se}^{+}),$$
$$U_{2,w}^{+}(t,x,M_{2,w}^{+},T_{ak}^{+}), U_{3,s}^{+}(t,x,M_{3,s}^{+},T_{lj}^{+}), U_{1,o}^{-}(t,x,M_{1,o}^{-},T_{se}^{-}), \quad (15)$$
$$U_{2,w}^{-}(t,x,M_{2,w}^{-},T_{ak}^{-}), U_{3,s}^{-}(t,x,M_{3,s}^{-},T_{lj}^{-})).$$

Решения задачи удержания определенного уровня мышечной структурой в виде *x=const* не существует для биосистем. Для определения уровня удержания позиции за основу были взяты исследования экспериментальных данных. Из рис. 3a для ТМГ и рис. 3b для ТПГ видны некоторые изменения положения конечности в пространстве и траектория их движений.



a b

Рис. 3. Временная развертка сигнала (черные линии) и траектория уровня удержания конечности в пространстве (серые линии): a – треморограмма, b – теппинграмма

В соответствии с концепцией организации работы модели происходит включение в работу того мышечного пучка, который необходим для поддержания уровня траектории движения конечности. Уровень удержания задается хаотически (рис. 4).

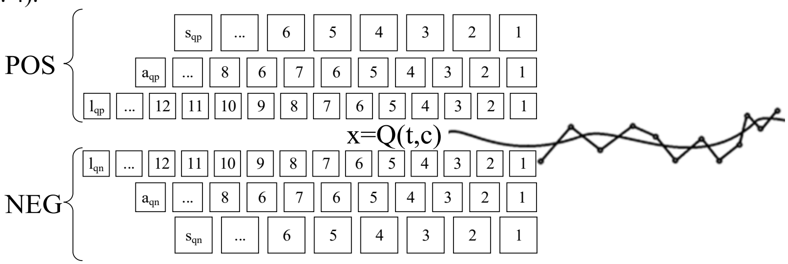


Рис. 4. Схематическое изображение модели в интерпретации машинного алгоритма с учетом генерации траектории удержания позиции из диапазона

В соответствии с биологической составляющей сокращений мышц и разработанного метод математического моделирования, работу мышц можно представить в численной форме:

$$S_i = \begin{cases} S_{i-1} + \sum_{e=1}^{s_{qp}} \sum_{k=1}^{a_{qp}} \sum_{j=1}^{l_{qp}} f_1(m_{pe}^+, t_{se}^+) f_2(m_{pk}^+, t_{ak}^+) f_3(m_{pj}^+, t_{lj}^+), \\ S_i \le g_z(t), m_{pe}^+ - 1, m_{pk}^+ - 1, m_{pj}^+ - 1, z \in N, z < h, h \in N; \\ S_{i-1} + \sum_{e=1}^{s_{qn}} \sum_{k=1}^{a_{qn}} \sum_{j=1}^{l_{qn}} f_4(m_{ne}^+, t_{se}^-) f_5(m_{nk}^+, t_{ak}^-) f_6(m_{nj}^+, t_{lj}^-), \\ S_i > g_z(t), m_{ne}^+ - 1, m_{nk}^+ - 1, m_{nj}^+ - 1, z \in N, z < h, h \in N \end{cases}, \quad (16)$$

где, S_i – моделируемый сигнал; $s_{qp}, a_{qp}, l_{qp}, s_{qn}, a_{qn}, l_{qn}$ – количество мышечных волокон определенной группы мышц, которые могут быть включены в работу модели; $f_i, i = 1 \dots 6$ – функция включения определенной группы мышц и генерации потенциала усилия; $m_{pe}^+, m_{pk}^+, m_{pj}^+, m_{ne}^+, m_{nk}^+, m_{nj}^+$ – значения счетчика, отслеживающего утомление определенного мышечного волокна из определенный группы мышц; $t_{se}^+ \in [x_{se}; y_{se}], t_{ak}^+ \in [x_{ak}; y_{ak}], t_{lj}^+ \in [x_{lj}; y_{lj}]$ – случайное значение потенциала мышечного волокна из определенного диапазона; $t_{se}^- \in [x_{se}; y_{se}], t_{ak}^- \in [x_{ak}; y_{ak}], t_{lj}^- \in [x_{lj}; y_{lj}]$ – случайное «отрицательное» значение потенциала мышечного волокна из определенного диапазона; $g_z(t)$ – генерация уровня удержания определенной позиции на i-ой итерации; h – значения счетчика удержания позиции $g_z(t)$. Счет удержаний h жизненно необходим для адекватной работы модели, т.к. хаотический принцип организации функциональных систем не позволяет на длительном интервале времени Δt удерживать изолинию, т. е уровень удержания позиции $g_z(t) \neq const$ на определенном Δt.

Уровень удержания позиции $g_z(t)$ устанавливается по формуле:

$$g_z(t) = Q(t, c), S_i < g_z(t), z = 0, h \in N, z + 1, z < h, \quad (17)$$

где $Q(t)$ – случайное значение из определенного диапазона. Функция $Q(t)$ производит генерацию нового уровня при $z=h$ или при условии $g_z(t) < S_i$ при включенных в работу «отрицательных» мышцах, или при условии $g_z(t) > S_i$ при работе «положительных» мышц.

Диапазон генерации траектории варьируется на каждой итерации для $g_z(t)$. Смещение диапазона генерации уровня удержания устанавливается по формуле:

$$Q(c) = \begin{cases} A \in [-x + \Delta t; y + \Delta t], A(t) \ge \frac{g_{z-1}(t)}{2}, \Delta t = g_{z-1}(t), y < y_0 = \text{const} \\ A \in [-x - \Delta t; y - \Delta t], A(t) < \frac{g_{z-1}(t)}{2}, \Delta t = g_{z-1}(t), x > -x_0 = \text{const} \end{cases}, (18)$$

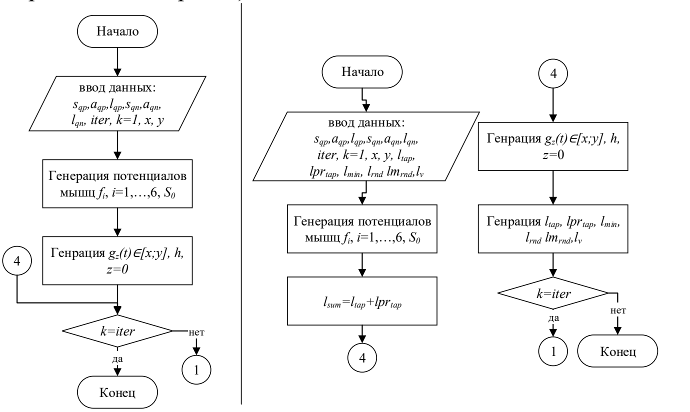
где A – значение уровня удержания позиции, x и y – нижняя и верхняя границы генерации траектории, Δt – приращение к границам траектории.

Стоит отметить, что уравнения (17) и (18) способны описывать непроизвольные движения человека, т.е. тремор. Для описания произвольных движений необходим совершенно другой механизм генерации траектории:

$$
Q(c) =
\begin{cases}
\begin{cases}
A_{i-1} + \Delta a, \Delta a \in R, A_{i-1} \geq \left(\frac{R[x,y]}{3}\right) * 2 \\
A_{i-1} + \Delta b, \Delta b = \frac{\Delta a}{2} * 3 \in R, A_{i-1} < \left(\frac{R[x,y]}{3}\right) * 2 \quad , A \in R^{+}, A_{i-1} \geq A_{i-2} \\
A_{i-1} - \Delta b, \Delta b = \frac{\Delta a}{2} * 3 \in R. R[u,w] < p, A_{i-1} > \Delta a
\end{cases} \\
\begin{cases}
A_{i-1} - \Delta a, \Delta a \in R, A_{i-1} \geq \left(\frac{R[x,y]}{3}\right) * 2 \\
A_{i-1} - \Delta b, \Delta b = \frac{\Delta a}{2} * 3 \in R, A_{i-1} < \left(\frac{R[x,y]}{3}\right) * 2 \quad , A \in R^{+}, A_{i-1} < A_{i-2} \\
A_{i-1} + \Delta b, \Delta b = \frac{\Delta a}{2} * 3 \in R. R[u,w] < p, A_{i-1} > \Delta a
\end{cases} \\
\begin{cases}
A_{i-1} - \Delta a, \Delta a \in R, A_{i-1} \geq -\left(\frac{R[x,y]}{3}\right) * 2 \\
A_{i-1} - \Delta b, \Delta b = \frac{\Delta a}{2} * 3 \in R, A_{i-1} < -\left(\frac{R[x,y]}{3}\right) * 2 \quad , A \in R^{-}, A_{i-1} \leq A_{i-2} \\
A_{i-1} + \Delta b, \Delta b = \frac{\Delta a}{2} * 3 \in R. R[u,w] < p, A_{i-1} > -\Delta a
\end{cases} \\
\begin{cases}
A_{i-1} + \Delta a, \Delta a \in R, A_{i-1} \geq -\left(\frac{R[x,y]}{3}\right) * 2 \\
A_{i-1} + \Delta b, \Delta b = \frac{\Delta a}{2} * 3 \in R, A_{i-1} < -\left(\frac{R[x,y]}{3}\right) * 2 \quad , A \in R^{-}, A_{i-1} > A_{i-2} \\
A_{i-1} - \Delta b, \Delta b = \frac{\Delta a}{2} * 3 \in R. R[u,w] < p, A_{i-1} > -\Delta a
\end{cases}
\end{cases}
, \quad (19)
$$

где Δa, Δb – приращение траектории движения A, $R[x,y]$ и $R[u,w]$ – множество действительных чисел из диапазона, p – вероятность.

Для реализации математической модели разработаны алгоритмы моделирования движений биомеханической системы человека (рис. 5–7). Реализация алгоритма для моделирования произвольных и непроизвольных движений отличается начальными блоками программы (представлено на рис. 5) и блоками решения при попадании на линию разрыва (пример для непроизвольных движений представлен на рис. 7).



a b

Рис. 5. Ввод данных при моделировании непроизвольных (a) и произвольных (b) движений

Базовая часть алгоритма программы (включение мышечных волокон в работу) для произвольных и непроизвольных движений представлена на рис. 6.

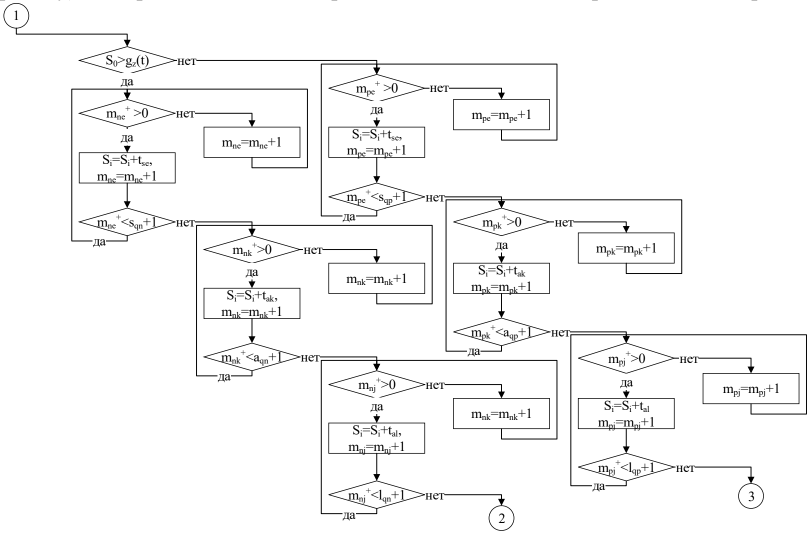


Рис. 6. Базовая часть алгоритма генерации непроизвольного и произвольного движения человека

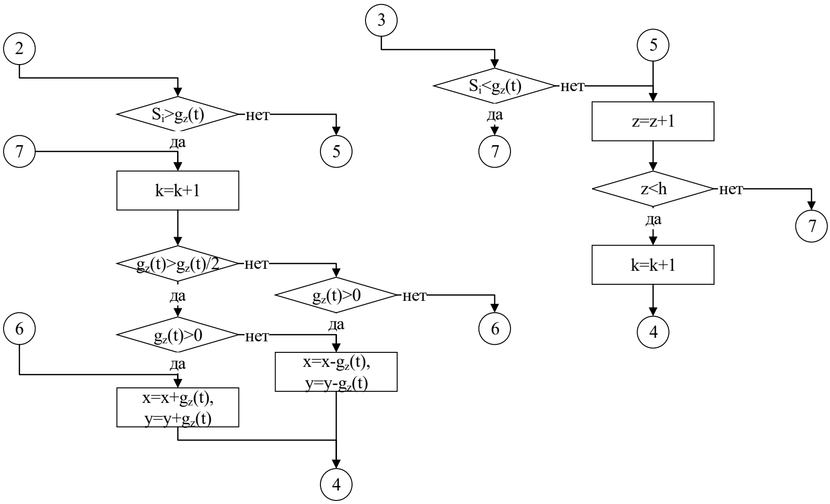


Рис. 7. Алгоритм модели для генерации непроизвольного движения человека при попадании на линию разрыва

Разработанный комплекс проблемно-ориентированных программ включает в себя несколько программы для ЭВМ. Программа для моделирования произвольных и непроизвольных движений человека реализована на основе оригинального метода математического моделирования (формулы (10)-(19)) и алгоритмах (рис. 5-7), разработанные автором в рамках проведения диссертационного исследования. Проверка распределения данных натурных и вычислительных экспериментов, которые являются фазовыми координатами квазиаттрактора, осуществляется с помощью разработанной программы для ЭВМ, входящей в состав комплекса проблемно-ориентированных программ. Для этого рассчитываются длины сторон квазиаттракторов, для оси x по формуле: $\Delta x = x_{max} - x_{min}$; для оси y по формуле; $\Delta y = y_{max} - y_{min}$. Далее квазиаттрактор разбивается на сетку 2x2 ($\Delta x/2 + x_{min}$; $\Delta y/2 + y_{min}$) или 3x3 ($\Delta x/3 + x_{min} = \Delta_1 x$; $\Delta x/3 + \Delta_1 x$; $\Delta y/3 + y_{min} = \Delta_1 y$; $\Delta y/3 + \Delta_1 y$), или 4x4 ($\Delta x/4 + x_{min} = \Delta_1 x$; $\Delta x/4 + \Delta_1 x = \Delta_2 x$; $\Delta x/4 + \Delta_2 x$; $\Delta y/4 + y_{min} = \Delta_1 y$; $\Delta y/4 + \Delta_1 y = \Delta_2 y$; $\Delta y/4 + \Delta_2 y$) и считается количество элементов, попавших в ячейку сетки для оценки равномерности реальных биологических данных с учетом форматов хранения и представления. Также реализована программа для ЭВМ предназначенная для расчета матриц парных сравнений условно одинаковых выборок, получаемых при проведении повторных натурных экспериментов. Рассчитываются элементы матрица A, где каждый элемент матрицы представляет собой значения p_{ij} критерия Вилкоксона (или Краскела-Уолеса) для пары выборок из N, где число n независимых выборок пар $n=(N_2-N)/2$, а N – общее число выборок. Требуется, чтобы критерий $p_{ij}<0{,}05$, тогда справедлива гипотеза о различии выборок. Надежность используемых статистических оценок принимается не менее 95%. Количество элементов k матрицы $p_{ij}>0{,}05$ показывает решение задачи автоматической идентификации состояния биосистемы. При изменении состояния биосистемы k изменяется.

Пятая глава посвящена вычислительному эксперименту и сравнительному анализу результатов математической модели с данными натурного эксперимента. На рис. 8a представлена временная развертка модельного сигнал ТМГ. Видно, что модельный сигнал носит пилообразный характер, в связи с этим он кардинально отличается от экспериментально полученной выборки ТМГ человека. Такая динамика поведения модельного сигнала связана с особенностями дискретизации при регистрации данных. Моделирование происходит на основе тиков (процессорного времени). В этом случае частота дискретизации существенно выше, чем работа биоизмерительного комплекса. Для сглаживания модельного сигнала был применен метод скользящей средней. Результат сглаживания модельного сигнала (рис. 8a) представлен на рис. 8b.

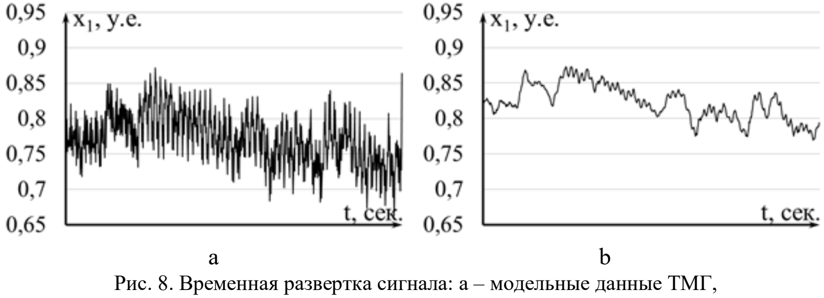
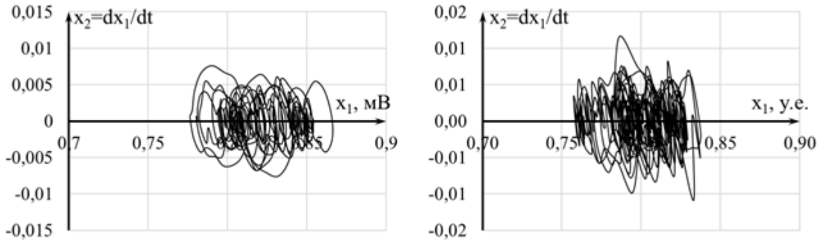


Рис. 8. Временная развертка сигнала: a – модельные данные ТМГ, b – сглаженный модельный сигнал ТМГ методом скользящей средней

В результате анализа статистической обработки данных установлено, что среднее число пар совпадений модельных выборок $<k_м>=11,9$ против $<k_э>=10,7$ для реальных выборок ТМГ.

Для объективной оценки реальных и модельных данных был выполнен расчет параметров КА в рамках ТХС. Статистически реальные и модельные выборки ТМГ по параметрам КА можно отнести к одной генеральной совокупности. На рис. 9 представлен типовой пример КА для реальных данных (рис. 9a) и модельных данных (рис. 9b). Результат расчета значений энтропии Шеннона для данных вычислительного и натурного экспериментов также позволяет установить соответствие получаемых выборок.

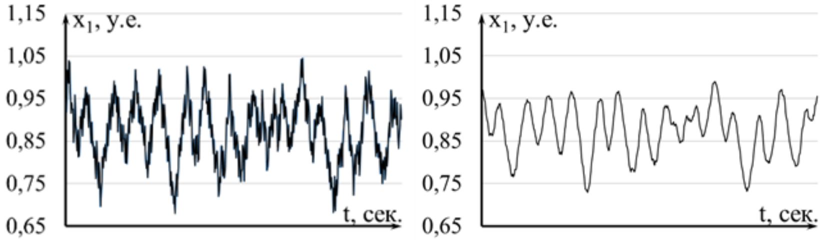


a b

Рис. 9. Фазовый портрет треморограмм эксперимента:
a – натурного, b – вычислительного

Для объективной оценки визуальных характеристик ТПГ представлена временная развертка сигнала модельной выборки ТПГ (рис. 10a). Для сглаживания модельного сигнала был применен метод скользящего среднего. Результат сглаживания модельного сигнала (рис. 10a) представлен на рис. 10b.

Сводный расчет для 15 матриц позволил установить среднее значение $<k>=15,9$ %. Такая динамика поведения числа k пар совпадений для модельных выборок полностью совпадает с динамикой поведения числа k для реальных выборок ТПГ.



a b

Рис. 10. Временная развертка сигнала: a – модельные данные ТПГ,
b – сглаженный модельный сигнал ТПГ методом скользящей средней

В качестве дополнительного метода анализа получаемых модельных выборок ТПГ использовался метод расчета параметров КА. Для примера на рис. 11a представлен фазовый портрет КА, построенного для реальной выборки ТПГ, а на рис. 11b – фазовый портрет для выборки, полученной на основе вычислительного эксперимента. При сравнении площадей КА установлено полное соответствие модельных и экспериментальных выборок ТПГ. Расчет значений энтропии Шеннона также демонстрирует статистическое совпадение данных вычислительного и натурного экспериментов.

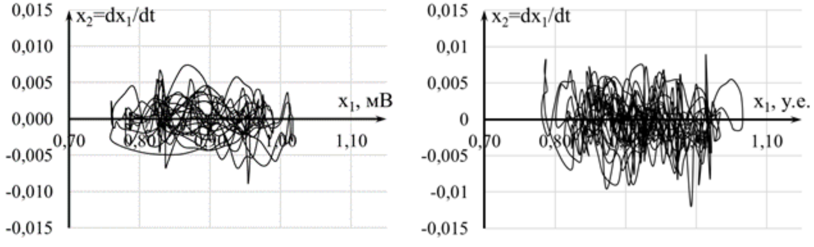


Рис. 11. Фазовый портрет теппинграмм эксперимента:
a – натурного, b – вычислительного

Так же проводились вычислительный эксперименты направленные на воспроизведение динамики патологических процессов. Один из выразительных примеров представлен на рис. 12. Для качественного анализа представлен пример данных натурного эксперимент (человек с болезнью Паркинсона) рис. 12a-I, и результаты моделирования болезни Паркинсона рис. 12b-I. При проведении качественного анализа наблюдается весьма схожая динамика движений. Для углубленного анализа были простроены фазовые портреты как представлено на рис. 12a-II для натурного эксперимента и рис. 12b-II для вычислительного эксперимента.

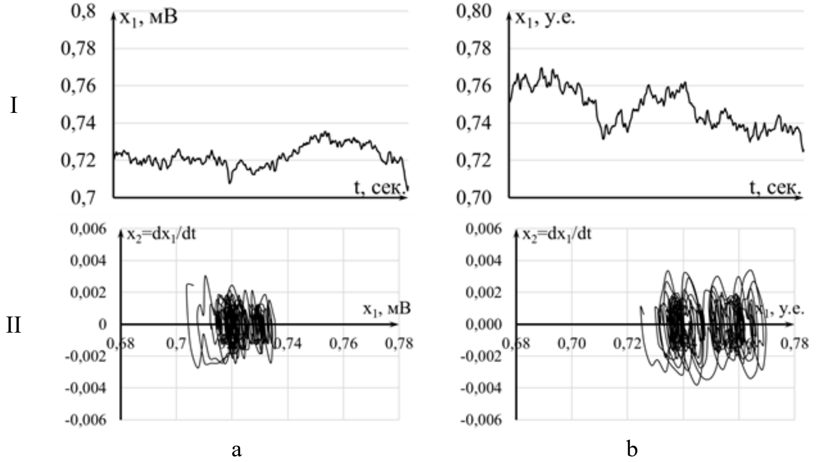


Рис. 12. Пример тремора болезни Паркинсона: a – натурный эксперимент, b – вычислительный эксперимент; I – временная развертка сигнала; II – фазовый портрет

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе проведения исследования были получены новые научные и практические результаты, направленные на разработку метода математического моделирования функциональных систем организма. В рамках анализа движений биомеханической системы установлены закономерности в динамике этих движений. В свою очередь, установленные закономерности позволили разработать математическую модель для биомеханической системы человека.

В процессе комплексного исследования получен новые результаты:

1. Получены результаты натурных экспериментов и установлены закономерности в динамике поведения биомеханической системе, которые были использованы при разработке метода математического моделирования и алгоритмов динамики движений конечности.
2. Установлено, что траектория движения конечности в пространстве для каждой выборки произвольных и непроизвольных движений носит уникальный характер, и вектор траектории движения хаотически изменяется в некотором ограниченном коридоре.
3. Разработаны метод математического моделирования, метод и алгоритмы численного расчета динамики движений биомеханической системы на основе теории дифференциальных уравнений с разрывной правой частью на примере произвольных и непроизвольных движений конечности человека.
4. Создан комплекс проблемно-ориентированных программ для численного решения задачи воспроизведения динамики движений конечности человека, позволяющий учитывать закономерности динамики движений биомеханической системы человека.
5. Получены новые численные решения задачи воспроизведения динамики движений биомеханической системы человека, которые позволяют моделировать непрерывную хаотическую динамику движения в неизменном моделируемом гомеостазе.
6. Выполнен качественный сравнительный анализ численных расчетов динамики движений конечности человек и данных натурных экспериментов. При качественном сравнении результатов моделирования и данных натурных экспериментов установлена высокая эффективность работы комплекса проблемно-ориентированных программ.
7. Подтверждена высокая эффективность созданного комплекса программ на основе сравнительного анализа, полученных для результатов моделирования и натурных экспериментов, с использованием математической статистики.
8. Получены предварительные результаты моделирования патологических процессов биомеханической системы человека на примере болезни Паркинсона.
9. Качественный анализ результатов моделирования патологических процессов при их сравнении с данными натурных экспериментов подтверждает высокую эффективность разработанного комплекса проблемно-ориентированных программ.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ АВТОРА

1. *Горбунов, Д. В.* Математическое моделирование динамических процессов организма человека на основе дифференциальных уравнений с разрывной правой частью / Д. В. Горбунов, Т. В. Гавриленко // Успехи кибернетики. – 2023. – № 1. – С. 15–20. – DOI: 10.51790/2712-9942-2023-4-1-02. **Перечень ВАК.**

2. *Горбунов, Д. В.* Математическое моделирование движений конечности человека с хаотической динамикой / Д. В. Горбунов, Т. В. Гавриленко // Успехи кибернетики. – 2022. – № 4. – С. 24–32. – DOI 10.51790/2712-9942-2022-3-4-03. **Перечень ВАК.**

3. *Горбунов, Д. В.* Симуляционное моделирование движения конечности человека / Д. В. Горбунов // Математическая физика и компьютерное моделирование. – 2020. – Т. 23. – № 1. – С. 32–43. – DOI 10.15688/mpcm.jvolsu.2020.1.4. **MathSciNet, Перечень ВАК.**

4. *Горбунов, Д. В.* Симуляционное моделирование непроизвольных движений человека / Д. В. Горбунов, Т. В. Гавриленко // Вестник КРАУНЦ. Физико-математические науки. – 2019. – Т. 29. – № 4. – С. 67–76. – DOI 10.26117/2079-6641-2019-29-4-67-76. **MathSciNet, zbMATH, Перечень ВАК.**

5. Однородность треморограмм в рамках термодинамики неравновесных систем I. R. Prigogine и неоднородность в рамках теории хаоса-самоорганизации / Т. В. Гавриленко, Д. В. *Горбунов, Д. В.* Белощенко, М. Н. Горбунова // Вестник кибернетики. – 2018. – № 4(32). – С. 95–99. **Перечень ВАК.**

6. Расчет квазиаттракторов для параметров движений человека / Т. В. Гавриленко, Д. В. Горбунов, Д. В. Белощенко, Ю. В. Башкатова // Вестник кибернетики. – 2018. – № 3(31). – С. 195–199. **Перечень ВАК.**

7. Теория Н. А. Бернштейна об организации движений и кибернетические механизмы регуляции / О. Е. Филатова, В. А. Галкин, Т. В. Гавриленко, *Д. В. Горбунов* // Вестник кибернетики. – 2018. – № 3(31). – С. 217–221. **Перечень ВАК.**

8. Энтропия Шеннона в изучении стационарных режимов и эволюции complexity / В. М. Еськов, В. В. Еськов, *Д. В. Горбунов* [*и др.*] // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. – 2017. – № 3. – С. 90–98. **Scopus, Web of Science, Перечень ВАК.**

9. Хаотическая динамика параметров нервно-мышечной системы и проблема эволюции complexity / В. В. Еськов, О. Е. Филатова, Т. В. Гавриленко, *Д. В. Горбунов* // Биофизика. – 2017. – Т. 62. – № 6. – С. 1167-1173. **Scopus, Перечень ВАК.**

10. *Горбунов, Д. В.* Расчет параметров квазиаттракторов в рамках проверки выборок треморограмм на однородность / Д. В. Горбунов // Сложность. Разум. Постнеклассика. – 2019. – № 4. – С. 75–84. – DOI 10.12737/2306-174X-2019-85-92.

11. *Горбунов, Д. В.* Однородность и неоднородность параметров движений человека / Д. В. Горбунов // Сложность. Разум. Постнеклассика. – 2018. – № 4. – С. 68–75. – DOI 10.12737/article_5c2201c82feb71.88457170.

12. Limit of applicability the theorem of Glansdorf–Prigogine in the describing homeostatic system / G. R. Garaeva, *D. V. Gorbunov*, D. V. Sinenko, V. V. Grigorenko. // Russian conference with international participation in memory of professor Vladimir S.

Markhasin «Experimental and Computational Biomedicine». – Ekaterinburg : Издательство Уральского университета, 2016. – С. 54.

13. Теорема Гленсдорфа–Пригожина в описании треморограмм при физических возмущениях / *Д. В. Горбунов*, Т. В. Стрельцова, А. А. Пахомов, И. Н. Самсонов. // Хаотические автоколебания и образование структур: материалы XI Международной школы-конференции. – Саратов : ООО «Издательский центр «Наука», 2016. – С. 145–146.

14. Энтропийный подход в оценке параметров тремора и теппинга / *Д. В. Горбунов*, К. А. Эльман, Д. С. Горбунова, М. А. Срыбник // Современные проблемы развития фундаментальных и прикладных наук : II международная научно-практическая конференция, Praha, 25 февраля 2016 года. Том 1. – Praha: Publishing House, 2016. – С. 100–106.

15. Справедливость теоремы Гленсдорфа-Пригожина в описании параметров произвольных движений при холодовом воздействии / *Д. В. Горбунов*, Т. В. Гавриленко, И. Н. Самсонов, Т. В. Стрельцова // Север России: стратегии и перспективы развития : материалы II Всероссийской научно-практической конференции, Сургут, 27 мая 2016 года. Том 4. – Сургут: Сургутский государственный университет, 2016. – С. 85–89.

16. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023615959 Российская Федерация. Моделирование динамики движений биомеханической системы человека : № 2023614686 : заявл. 03.03.2023 : опубл. 21.03.2023 / *Д. В. Горбунов*, Т. В. Гавриленко, С. А. Смородинов.

17. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016617594 Российская Федерация. Программа расчета матриц парных сравнений условно одинаковых выборок в идентификации гомеостаза : № 2016614814 : заявл. 12.05.2016 : опубл. 07.07.2016 / В. М. Еськов, Т. В. Гавриленко, *Д. В. Горбунов* [и др.].

18. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016617606 Российская Федерация. Программа проверки равномерного распределения хаотических выборок : № 2016615292 : заявл. 12.05.2016 : опубл. 08.07.2016 / В. М. Еськов, Т. В. Гавриленко, *Д. В. Горбунов* [и др.].

Подписано в печать 21.12.2023 г. Формат 60 × 80/16
Усл. печ. л. 1,35. Тираж 130. Заказ № 380

Оригинал макет подготовлен и отпечатан
в Издательском центре СурГУ
Тел. (3462) 76-31-79

БУ ВО «Сургутский государственный университет»
628400, Россия, Ханты-Мансийский автономный округ,
г. Сургут, пр. Ленина, 1
Тел. (3462) 76-29-00, факс (3462) 76-29-29