

На правах рукописи



КРУТОВА ИРИНА ЮРЬЕВНА

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ТЕЧЕНИЙ ГАЗА В ВОСХОДЯЩИХ ЗАКРУЧЕННЫХ
ПОТОКАХ**

05.13.18. — Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Тюмень — 2018

Работа выполнена в Снежинском физико-техническом институте – филиале федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (СФТИ НИЯУ МИФИ)

Научный консультант:

доктор физико-математических наук,
профессор

Баутин Сергей Петрович,

Официальные оппоненты:

Долголева Галина Владимировна,

доктор физико-математических наук, профессор, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, профессор кафедры Вычислительной механики;

Князева Анна Георгиевна,

доктор физико-математических наук, профессор, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, г.Томск, профессор отделения материаловедения;

Хакимзянов Гаяз Салимович,

доктор физико-математических наук, профессор, Институт вычислительных технологий, СО РАН, Новосибирск, ведущий научный сотрудник.

Ведущая организация:

ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина», г. Екатеринбург

Защита состоится «29» марта 2019 г. в 14-00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.274.14 в ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет» по адресу 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15А, ауд. 410.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет» и на сайте <https://diss.utmn.ru/sovet/diss-socket-212-274-14/zashchita/586604/>.

Автореферат разослан « » декабря 2018 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат тех. наук, доцент



А. А. Оленников

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена разработке теоретических положений, совокупность которых можно квалифицировать как новое крупное научное достижение.

Благодаря доказанным в работе теоремам и проведенным расчетам впервые для восходящих закрученных потоков, встречающихся в природе в виде торнадо, тропических циклонов и огненных вихрей, даны научно обоснованные ответы на вопросы о причинах возникновения и направлениях закрутки в рассматриваемых потоках, имеющих спиральный характер, а также о значениях газодинамических параметров исследуемых течений и, главное, об источнике энергии для их продолжительного функционирования.

В основу теоретического исследования положена предложенная Баутиным С.П. [1] схема возникновения и устойчивого функционирования разрушительных атмосферных вихрей.

Исследование поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (проекты 08-01-00052, 11-01-00198) и Министерством образования и науки РФ (проект 1.8490.2013.3023).

Актуальность темы исследования

В природе довольно часто встречается интересное явление – восходящий закрученный поток воздуха. В качестве примеров таких потоков можно привести многочисленные смерчи и торнадо, регулярно наблюдаемые на юге США и в других достаточно теплых и ровных местностях. К подобным явлениям относятся и периодически возникающие тропические циклоны, а также огненные вихри, часто наблюдаемые в сезон сельскохозяйственных палов. В книгах Наливкина Д. В. [2] и Вараксина А. Ю. и других [3] приведены многочисленные примеры реальных торнадо и тропических циклонов, наблюдаемых на протяжении большого промежутка времени и приносящих многочисленные разрушения и человеческие жертвы.

Актуальность исследования обусловлена тем, что изучение восходящих закрученных потоков не только позволит раскрыть механизм возникновения и функционирования этих потоков, а также приводит:

- 1) к прогнозу возникновения торнадо и циклонов;
- 2) к рекомендациям по способам уничтожения подобных природных потоков;
- 3) к рекомендациям по практическому использованию энергии природных восходящих закрученных потоков.

Степень разработанности темы исследования

Несмотря на то, что много других исследователей на протяжении десятилетий активно занимаются проблемой природных восходящих закрученных потоков (подробную библиографию см. в книгах [3, 4]), к настоящему времени у них у всех отсутствует убедительная теория, объясняющая причины возникновения, функционирования и естественного исчезновения таких течений, подтвержденная как экспериментально, так и адекватным математическим моделированием. Заметим, что отсутствует достаточно обоснованное объяснение даже того, откуда берется энергия на начальную закрутку потока.

Математическое исследование течений газа в восходящих закрученных потоках ведется как с помощью достаточно простых моделей, например модели «вихревых нитей» [5], так и с привлечением очень сложных математических моделей, например турбулентных течений [6]. Однако, для представленных в работах предшественников математических решений заведомо не выполняются либо фундаментальные законы физики для сплошной среды – законы сохранения массы, импульса и энергии, либо законы термодинамики. Также в работах, объясняющих динамику природных восходящих закрученных потоков с помощью привлечения идеи о выделении большой энергии при конденсировании влажного воздуха, отсутствует надежное математическое моделирование перехода выделившейся тепловой энергии в кинетическую энергию вращающейся части потока. В диссертации приведен подробный библиографический обзор работ предшественников, включающий 89 источников.

В научной школе С.П. Баутина исследования восходящих закрученных потоков ведутся по трем направлениям: аналитическое, численное и экспериментальное. Аналитическими исследованиями занимаются Баутин С.П., Дерябин С.Л., автор и их ученики. Расчеты, в том числе нестационарных трехмерных потоков, моделирующих течения в восходящих закрученных потоках, проводятся А.Г. Обуховым, автором и их учениками. В Екатеринбурге группой С.П. Баутина проводились эксперименты по созданию и исследованию восходящих закрученных потоков без принудительной закрутки потока в нужную сторону. В диссертации приведен подробный библиографический обзор этих работ, включающий 111 источников.

И, как следствие всех указанных обстоятельств, в настоящее время не имеется реальных и воспроизводимых в натурных испытаниях рекомендаций по раннему обнаружению торнадо и по уничтожению природных восходящих закрученных потоков с разумными затратами энергии. Исключения составляют работы научной школы С. П. Баутина (см. в том числе работу автора

[7]) и работы группы А. Ю. Варакина [8, 9].

Цели и задачи исследования.

Целью диссертационного исследования является аналитическое и численное моделирование течений идеального газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса с целью установления общих закономерностей и конкретных свойств течений в восходящих закрученных потоках.

Для достижения данной цели в диссертации были сформулированы следующие задачи:

1. Постановка начально-краевых задач для системы уравнений газовой динамики (квазилинейной системы нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными) при учете действия сил тяжести и Кориолиса, соответствующих конфигурациям конкретных газовых течений.

2. Доказательство теорем о существовании и единственности решений рассматриваемых начально-краевых задач и аналитическое исследование свойств этих решений.

3. Численное построение приближенных решений системы уравнений газовой динамики, описывающих трехмерные течения идеального газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса и анализ по результатам расчетов геометрических, скоростных и энергетических характеристик восходящих закрученных потоков.

4. Создание программного пакета, позволяющего определять газодинамические параметры трехмерных стационарных течений газа и проведение с его использованием массовых расчетов.

Объекты и методы исследования

Объектом исследования являются трехмерные нестационарные и стационарные течения идеального газа, описываемые решениями системы уравнений газовой динамики при учете действия сил тяжести и Кориолиса.

Предметом исследования является установление закономерностей и свойств течений в восходящих закрученных потоках.

Для формализации и решения поставленных задач использовались современные методы аналитического и численного моделирования:

1. В процессе исследования используется адекватная математическая модель – система уравнений газовой динамики, являющаяся квазилинейной системой уравнений с частными производными.

2. Для этой модели ставятся конкретные начально-краевые задачи для которых устанавливаются факты существования и единственности решения.

3. Приближенные решения этих задач строятся с использованием аналитических и численных методов при определении значений начальных коэф-

фициентов сходящихся рядов.

4. Для построения этих коэффициентов, в частности, применяются известные эффективные вычислительные алгоритмы для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся результаты, соответствующие четырем пунктам паспорта специальности 05.13.18 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ по физико-математическим наукам.

Пункт 2: Развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей.

1. Для системы уравнений газовой динамики с учетом действия сил тяжести и Кориолиса обосновано существование и единственность решения конкретных характеристических задач Коши стандартного вида, моделирующих неоднородные течения со стоком, притоком и возле нагревающегося цилиндра.

Пункт 4: Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплекса проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

2. Создан и оттестирован комплекс программ для проведения вычислительного эксперимента. Все программы, составляющие данный комплекс, зарегистрированы в Федеральной службе по интеллектуальной собственности (Роспатент): 1) «Моделирование трехмерного стационарного потока идеального газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса», 2) «Tornado, stationary case», 3) «Tornado, calculation tables», 4) «Tornadoes, visualization», 5) «Tornado, calculation of zero coefficients of gas-dynamic parameters by the Runge-Kutta method», 6) «Tornado, calculation of zero coefficients of gas-dynamic parameters by the Euler method», 7) «Tornado, calculating the incoming radius», 8) «Tornadoes, calculation of the first coefficients of gas-dynamic parameters by the Runge-Kutta method and the Euler method».

Пункт 5: Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента.

3. Для моделирования течений, имеющих место в восходящих закрученных потоках, аналитическими и численными методами исследованы свойства первых коэффициентов бесконечных сходящихся рядов и для исследуемых течений газа установлены факты возникновения закрутки и ее направления, разные в случае торнадо и огненного вихря.

4. Установлен факт отсутствия закрутки, если в исходной начально-краевой

задаче не учитывается вращение Земли вокруг своей оси.

5. Численными методами приближенно построены трехмерные стационарные течения идеального газа в окрестности непроницаемой горизонтальной плоскости в условиях действия сил тяжести и Кориолиса и определены их геометрические, скоростные и энергетические характеристики.

6. Установлено, что с ростом интенсивности торнадо кинетическая энергия вращательной части потока принципиально растет и становится преобладающей в общем размере кинетической энергии потока.

7. Показано, что в восходящем закрученном потоке, моделирующем течение в торнадо минимальной интенсивности (при котором начинаются разрушения), кинетическая энергия вращательной части потока составляет половину от кинетической энергии всего потока.

Пункт 6: Разработка новых математических методов и алгоритмов проверки адекватности математических моделей объектов на основе данных натурного эксперимента.

8. На основе данных натуральных наблюдений за природными торнадо шести различных классов и за циклоном средней интенсивности с использованием конкретных вычислительных алгоритмов смоделированы течения газа в придонных частях всех перечисленных природных восходящих закрученных потоков. Основные газодинамические характеристики построенных течений совпадают с данными натуральных наблюдений.

Таким образом, в соответствии с формулой специальности 05.13.18 в диссертации представлены оригинальные результаты одновременно из трех областей: математического моделирования, численных методов и комплексов программ.

Научная новизна результатов исследования

Все полученные в диссертации научные результаты на момент опубликования являлись новыми.

Научная новизна результатов проведенных исследований по трем областям специальности 05.13.18 заключается в следующих положениях:

Математическое моделирование:

1. Постановка новых начально-краевых задач для системы уравнений газовой динамики, соответствующих газодинамическим конфигурациям рассматриваемых течений и доказательство теорем о существовании и единственности решения в классе аналитических функций. Доказательства пяти новых теорем:

1.1) о трехмерном нестационарном плавном радиальном стоке;

1.2) о нестационарных трехмерных течениях в окрестности непроницаемой

горизонтальной плоскости, возникающих при радиальном притоке;

1.3) о структуре коэффициентов рядов, решающих задачу о радиальном притоке;

1.4) об отсутствии в решениях закрутки газа в случае $\Omega = 0$, то есть при неучете вращения Земли вокруг своей оси, где $\Omega = |\mathbf{\Omega}|$, $\mathbf{\Omega}$ – вектор угловой скорости вращения Земли;

1.5) о трехмерном нестационарном движении газа возле вертикального нагревающегося цилиндра.

2. Установление новых свойств решений с использованием начальных отрезков сходящихся рядов:

2.1) возникновение закрутки потока и направление закрутки разное в случае торнадо и огненного вихря;

2.2) отсутствие закрутки, если в исходной начально-краевой задаче константа Ω положена равной нулю, то есть в случае, когда вращение Земли вокруг своей оси в рассматриваемой задаче не учитывается.

3. Впервые проведены численные расчеты газодинамических локальных и интегральных характеристик стационарных течений в придонных частях восходящих закрученных потоков, соответствующие данным натурных наблюдений за природными торнадо и тропическими циклонами.

4. На основе анализа численно полученных результатов по геометрическим, скоростным и энергетическим характеристикам течений впервые установлено:

4.1) с ростом интенсивности торнадо вклад кинетической энергии во вращательную часть потока от кинетической энергии вращения Земли вокруг своей оси принципиально растет;

4.2) в восходящем закрученном потоке, моделирующем течение в торнадо минимальной интенсивности (при котором начинаются разрушения), кинетическая энергия вращательной части потока составляет половину от кинетической энергии всего потока;

4.3) разрушительными торнадо могут быть при существенно меньшей скорости ветра на границе стока, чем это указано в шкале Фудзиты.

Численные методы:

5. На основе использования аналитических свойств решений и частичного разделения независимых переменных численное построение трехмерных стационарных течений сведено к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ). Эти СОДУ решаются традиционными численными методами большого порядка точности.

5.1) для проверки точности расчетов они проводились с разными значения-

ми шага интегрирования, чтобы при очередном уменьшении шага результаты расчетов совпадали в пяти–шести знаках после десятичной точки;

5.2) при приближении к левой границе отрезка интегрирования, имеющей в безразмерном виде достаточно малое значение (порядка 0,01), проверка точности расчетов усиливалась;

5.3) при требуемом изменении входных данных задачи, результаты расчетов изменялись в соответствии с математической постановкой задачи и ее физическим смыслом;

5.4) с ростом номера коэффициентов используемых конечных сумм сходящихся рядов наблюдался быстрый рост модулей их безразмерных значений. Поэтому значение независимой переменной, по которой строился начальный отрезок ряда, подбиралось так, чтобы значение последнего слагаемого в частичной сумме сказывалось для всей суммы только в третьем–четвертом знаке после запятой.

Комплексы программ:

6. Разработанный в рамках настоящего исследования комплекс программ характеризуется тем, что он представляет собой взаимосвязанный набор модулей, объединённых общими исходными данными и общим интерфейсом взаимодействия. Все составляющие модули комплекса зарегистрированы в Федеральной службе по интеллектуальной собственности (Роспатент).

6.1) первая часть комплекса программ предназначена для численного моделирования придонных частей торнадо и тропического циклона в стационарном плоском случае для расчета газодинамических характеристик, включающих расчет кинетической энергии радиальной и окружной ее составляющих;

6.2) другая часть комплекса предназначена для расчета нулевых коэффициентов сходящихся степенных рядов, задающих решение соответствующей начально-краевой задачи и восстановление различных газодинамических характеристик потока, включая мгновенные траектории частиц газа;

6.3) третья часть комплекса производит расчет следующих используемых коэффициентов начального отрезка ряда и также для восстановления газодинамических характеристик потока на основе полученного приближенного решения исходной задачи;

6.4) четвертая часть комплекса производит расчет внешнего радиуса придонной части по известным скорости ветра на стоке и значению радиуса этого стока;

6.5) последняя часть комплекса предназначена для визуализации результатов расчетов основных газодинамических параметров придонной части торнадо различных классов для различных широт.

Теоретическая и практическая значимость работы

Теоретическая значимость полученных результатов состоит в следующем: впервые в модели движения сплошной среды математически строго обоснован факт возникновения закрутки газа в восходящих закрученных потоках и направление этой закрутки под действием силы Кориолиса в различных газодинамических конфигурациях. Теоретически обоснована причина постоянного притока внешней энергии для продолжительного и устойчивого функционирования восходящих закрученных потоков. Предложенный теоретический подход к математическому моделированию этих течений позволил численно рассчитать течения газа, согласующиеся с данными натурных наблюдений за торнадо и тропическими циклонами.

Практическая значимость полученных результатов состоит в следующем: предложена и реализована методика расчета течений газа в восходящих закрученных потоках. На основе полученных подробных расчетов геометрических, скоростных и энергетических характеристик высказаны рекомендации по прогнозированию возникновения торнадо. Дано теоретическое обоснование результатов соответствующих экспериментальных исследований группы А.Ю. Вараксина [3] и группы С.П. Баутина [10, 11].

Достоверность результатов исследований

Достоверность результатов исследований обеспечивается использованием адекватной природным течениям математической модели – системы уравнений газовой динамики – и применением классических математических методов для построения решений и исследования их свойств:

- 1) установление фактов существования и единственности решений соответствующих начально-краевых задач;
- 2) представление решения в виде сходящихся рядов и использование начальных отрезков рядов для построения приближенных решений;
- 3) использование надежных и эффективных численных методов решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Достоверность результатов численного моделирования подтверждается успешным тестированием программного инструментария, а также удовлетворительными результатами сопоставления с расчетами других авторов [12] и с результатами натурных наблюдений за природными торнадо и тропическим циклоном.

Апробация работы

Результаты диссертационной работы обсуждались на более чем 40 ведущих международных и российских конференциях. Основные:
– Международная конференция «Забабахинские научные чтения», Снежинск,

РФЯЦ – ВНИИТФ, 2010, 2012, 2014, 2017.

– Международная конференция «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике», Новосибирск, 2010, 2015.

– Международная конференция «Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика», Новосибирск, 2011.

– Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Нижний Новгород, 2011; Казань, 2015.

– Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, Алушта, 2013, 2017.

– Международная конференция по методам аэрофизических исследований, Пермь, 2016; Новосибирск, 2018.

– International Conference on Interaction of Intense Energy Fluxes with Matter. Elbrus, Kabardino-Balkaria, Russia, 2015, 2018.

– International Conference «Advanced Problems in Mechanics». St. Petersburg, Russia, 2016, 2017.

– Всероссийская научная конференция с международным участием «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред», Москва, 2015, 2016, 2017.

– Всероссийская научно-практическая конференция «Зимняя школа по механике сплошных сред», Пермь, 2015, 2017.

– Всероссийская конференция с международным участием «Современные проблемы механики сплошных сред и физики взрыва», Новосибирск, 2017, 2018.

Публикации по теме диссертации

По теме диссертации соискателем лично и в соавторстве опубликовано более 70 печатных работ, в том числе 2 монографии, 2 препринта в соавторстве со своими аспирантами, 24 статьи, из которых 15 из списка ВАК, 2 индексируются в базе данных Web of Science и Scopus, в Роспатенте зарегистрировано 8 программ.

Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы. Диссертация содержит 232 страницы печатного текста, 98 рисунков, 27 таблиц. Список использованной литературы включает 239 наименований работ российских и зарубежных авторов.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность выбора темы диссертационной работы, охарактеризованы объект и предмет исследования, определены

цель и задачи исследования. Сформулированы основные положения, выносимые на защиту, научная новизна и практическая значимость полученных результатов.

Первая глава диссертации состоит из 3 параграфов.

В §1 описана предложенная в книге Баутина С. П. схема возникновения и устойчивого функционирования восходящих закрученных потоков. Кроме того, приведены известные факты о природе силы Кориолиса, ее проявлениях и вид системы уравнений газовой динамики (СУГД) в условиях действия силы тяжести и силы Кориолиса в безразмерных переменных:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_t + uc_r + \frac{v}{r}c_\varphi + wc_z + \frac{(\gamma - 1)}{2}c \left(u_r + \frac{u}{r} + \frac{v_\varphi}{r} + w_z \right) = 0, \\ u_t + uu_r + \frac{v}{r}u_\varphi - \frac{v^2}{r} + wu_z + \frac{2}{(\gamma - 1)}cc_r = av - bw \cos \varphi, \\ v_t + uv_r + \frac{uv}{r} + \frac{v}{r}v_\varphi + wv_z + \frac{2}{(\gamma - 1)}\frac{c}{r}c_\varphi = -au + bw \sin \varphi, \\ w_t + uw_r + \frac{v}{r}w_\varphi + ww_z + \frac{2}{(\gamma - 1)}cc_z = bu \cos \varphi - bv \sin \varphi - g. \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь: t – время; x, y, z – декартовы независимые переменные и в плоскости переменных x, y введена полярная система координат (r, φ) ; $c = \rho^{(\gamma-1)/2}$ – скорость звука газа; $\gamma = \text{const} > 1$ – показатель политропы газа в уравнении состояния $p = \rho^\gamma / \gamma$, где p и ρ – давление и плотность газа, в расчетах полагалась $\gamma = 1.4$; u, v, w радиальная, окружная и вертикальная

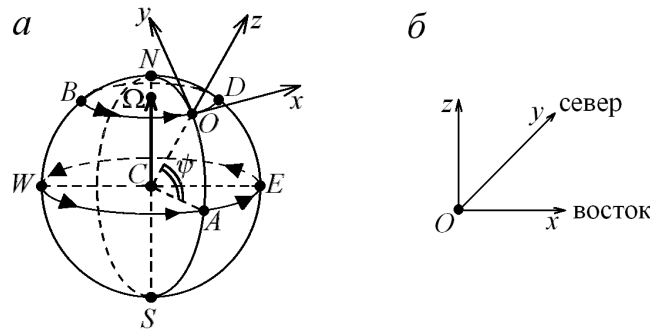


Рис. 1

составляющие вектора скорости газа соответственно; $a = 2\Omega \sin \psi$; $b = 2\Omega \cos \psi$; ψ – широта точки O на поверхности Земли, в которой находится начало координатной плоскости xOy , вращающейся вместе с Землей и касающейся поверхности Земли в точке O (рис. 1); $g = \text{const} > 0$ – постоянное ускорение свободного падения.

В случае учета в системе (1) вращения Земли вокруг своей оси (то есть в случае $\Omega \neq 0$) ускорение Кориолиса, присутствующее в уравнениях движения (дифференциальной форме закона сохранения импульса), вносит в газовый поток дополнительный внешний импульс. И тогда изменятся $m\mathbf{V}$ – количество движения. И, следовательно, в случае $\Omega \neq 0$ из-за внесения в поток дополнительного внешнего импульса изменяется и кинетическая энергия потока.

В §2 рассматривается вопрос разработанности направления исследования и подробно разобраны работы предшественников.

В §3 описана математическая модель, используемая в работе. В том числе приведена постановка характеристической задачи Коши стандартного вида [13, 14].

Вторая глава диссертации состоит из 5 параграфов.

В §4 рассмотрена конкретная начально-краевая задача для системы уравнений газовой динамики. С точки зрения теории уравнений с частными производными эта задача является характеристической задачей Коши. С точки зрения газовой динамики решение рассматриваемой задачи описывает нестационарное трехмерное течение газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса. Это течение возникает в покоящемся в поле тяжести газе

$$c = c_0(z) \equiv \sqrt{c_{00}^2 - (\gamma - 1)gz}; \quad u = 0; \quad v = 0; \quad w = 0. \quad (2)$$

при начале радиального стока во внутрь цилиндра ненулевого радиуса.

Для СУГД (1) ставится специальная характеристическая задача Коши, решение которой описывает плавный радиальный сток первоначально покоящегося в поле тяжести газа внутрь вертикального цилиндра заданного ненулевого радиуса. Пусть при $t = 0$ вне цилиндра $r = r_0$ (рис. 2) находится покоящийся в поле газ с параметрами.

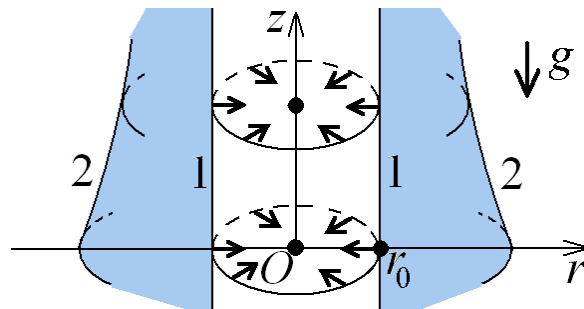


Рис. 2

С момента времени $t = 0$ на поверхности цилиндра $r = r_0$ начинается заданный радиальный сток газа внутрь цилиндра, то есть ставится условие

$$u(t, r, \varphi, z)|_{r=r_0} = u^o(t), \quad u^o(t)|_{t=0} = 0, \quad [u^o(t)]'|_{t=0} = u_* = \text{const} < 0. \quad (3)$$

На поверхности движущейся C^+ -характеристики

$$C^+ : r = r_0 + r_1(t, z), \quad (4)$$

отделяющей еще покоящийся газ от газа, начавшего движение к стоку и где $r_1(t, z)$ определяется из решения следующей задачи:

$$r_{1t} = c_0(z) \sqrt{1 + r_{1z}^2}; \quad r_1(t, z)|_{t=0} = 0, \quad (5)$$

ставятся условия (2).

Теорема 1. *Задача (1)–(3) с данными на характеристике (4) является характеристической задачей Коши стандартного вида, у которой существует единственное аналитическое решение в виде ряда*

$$\mathbf{U}(\xi, \zeta, \varphi', \chi) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{U}_k(\zeta, \varphi', \chi) \frac{\xi^k}{k!}; \quad \mathbf{U}_k(\zeta, \varphi', \chi) = \left(\frac{\partial^k \mathbf{U}}{\partial \xi^k} \right) \Big|_{\xi=0}, \quad (6)$$

где

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} c \\ u \\ v \\ w \end{pmatrix}; \quad \begin{cases} \xi = r_0 + r_1(t, z) - r; \\ \zeta = r - r_0; \\ \varphi' = \varphi; \\ \chi = z. \end{cases}$$

Анализ первых коэффициентов ряда (6) приводит к следующему: поскольку

$$v_2|_{\zeta=\chi=0} = -\frac{2\Omega \sin \psi}{c_{00}} (u_1|_{\zeta=0, \chi=z_0}), \quad (7)$$

то в Северном полушарии, где $\sin \psi > 0$,

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=\zeta=0, \chi=z_0} = v_2|_{\zeta=0, \chi=z_0} > 0, \quad (8)$$

а в Южном полушарии, где $\sin \psi < 0$,

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=\zeta=0, \chi=z_0} = v_2|_{\zeta=0, \chi=z_0} < 0 \quad (9)$$

при всех значениях $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

Анализ первых коэффициентов (2), (7)–(9) ряда (6) показал, что при начале радиального стока сразу возникает окружное движение газа, закрученное в Северном полушарии в положительном направлении и в отрицательном – для Южного полушария. Установленные факты являются математическим обоснованием результатов соответствующих экспериментов [3, 10, 11] в части возникновения закрутки газа и ее направления.

В §5 для системы уравнений газовой динамики (1) рассмотрена другая конкретная характеристическая задача Коши с начальными данными на горизонтальной плоскости $z = 0$

$$\begin{cases} c(t, r, \varphi, z)|_{z=0} = c_0(t, r, \varphi), \\ u(t, r, \varphi, z)|_{z=0} = u_0(t, r, \varphi), \\ v(t, r, \varphi, z)|_{z=0} = v_0(t, r, \varphi), \\ w(t, r, \varphi, z)|_{z=0} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Для того, чтобы рассматриваемая задача с начальными данными при $z = 0$ имела единственное решение, необходимо на другой поверхности задавать два дополнительных условия

$$\begin{cases} u(t, r, \varphi, z)|_{r=r_{in}} = u^o(t, \varphi, z); \\ v(t, r, \varphi, z)|_{r=r_{in}} = v^o(t, \varphi, z); \quad r_{in} = \text{const} > 0, \end{cases} \quad (11)$$

с условиями согласования

$$\begin{cases} u_0(t, r, \varphi)|_{r=r_{in}} = u^o(t, \varphi, z)|_{z=0}, \\ v_0(t, r, \varphi)|_{r=r_{in}} = v^o(t, \varphi, z)|_{z=0}. \end{cases} \quad (12)$$

Решение задачи (1), (10), (11) описывает течение газа в окрестности непроницаемой плоскости $z = 0$, когда через поверхность вертикального цилиндра заданного ненулевого радиуса $r = r_{in}$ осуществляется заданный приток газа (рис. 3):

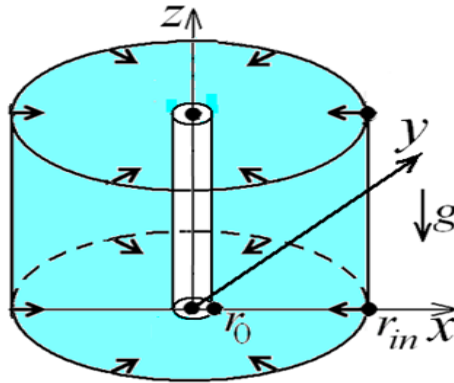


Рис. 3.

Теорема 2. *Задача (1), (10), (11) является характеристической задачей Коши стандартного вида, у которой, при условии аналитичности входных данных, существует единственное аналитическое решение.*

Далее рассматривается стационарное решение задачи (1), (10), (11). Для построения трехмерного стационарного придонного течения в восходящем закрученном потоке, моделирующего течения в таких природных вихрях, как

торнадо и тропические циклоны, используется начальный отрезок бесконечного ряда

$$\mathbf{U}(r, \varphi, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{U}_k(r, \varphi) \frac{z^k}{k!}; \quad \mathbf{U}_k(r, \varphi) = \left. \frac{\partial^k \mathbf{U}(r, \varphi, z)}{\partial z^k} \right|_{z=0}, \quad (13)$$

задающего аналитическое решение задачи (1), (10), (11). Для нулевых коэффициентов ряда (13) выписана система обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} c'_0 = -\frac{(\gamma-1)}{2} c_0 \frac{\left[u_0^2 + \frac{a^2(r_{in}^4 - r^4)}{4r^2} \right]}{r(u_0^2 - c_0^2)}, \\ u'_0 = u_0 \frac{\left[c_0^2 + \frac{a^2(r_{in}^4 - r^4)}{4r^2} \right]}{r(u_0^2 - c_0^2)}. \end{cases} \quad (14)$$

и в явном виде выписана функция $v_0(r)$:

$$v_0(r) = \frac{a(r_{in}^2 - r^2)}{2r}. \quad (15)$$

При построении последующих коэффициентов ряда (13) необходимо решать линейные уравнения с частными производными, и поэтому удалось применить разделение переменных. Непосредственно это иллюстрируется видом коэффициента $c_2(r, \varphi)$.

$$c_2(r, \varphi) = c_{20}(r) + c_{21}(r) \cos \varphi + c_{22}(r) \sin \varphi + c_{23}(r) \cos 2\varphi + c_{24}(r) \sin 2\varphi,$$

В §6 говорится о построении решений задачи о притоке в виде бесконечного ряда по степеням z . В данном параграфе для задачи (1), (10), (11) рассматривается вопрос выполнимости необходимых условий разрешимости этой характеристической задачи Коши:

$$\begin{cases} u_{0t} + u_0 u_{0r} + \frac{v_0}{r} u_{0\varphi} - \frac{v_0^2}{r} + \frac{2}{(\gamma-1)} c_0 c_{0r} = a v_0, \\ v_{0t} + u_0 v_{0r} + \frac{u_0 v_0}{r} + \frac{v_0}{r} v_{0\varphi} + \frac{2}{(\gamma-1)} \frac{c_0}{r} c_{0\varphi} = -a u_0 \end{cases} \quad (16)$$

Эти два соотношения накладывают на первые три условия из (10) соответствующие ограничения: c_0 , u_0 , v_0 не могут быть произвольными, а

должны удовлетворять этим двум выписанным соотношениям (16). К этим соотношениям при

$$w_1 = 0 \quad (17)$$

присоединяется, и следствие первого уравнения системы (1) при $z = 0$:

$$c_{0t} + u_0 c_{0r} + \frac{v_0}{r} c_{0\varphi} + \frac{(\gamma - 1)}{2} c_0 \left(u_{0r} + \frac{u_0}{r} + \frac{v_{0\varphi}}{r} \right) = 0, \quad (18)$$

которое является дифференциальной формой закона сохранения массы у течения с параметрами c_0 , u_0 , v_0 , расположенного в плоскости $z = 0$.

Решения системы уравнений (16), (18) являются начальными слагаемыми ряда (13).

Исходя из вида последней полученной системы (16), (18), далее предполагается, что искомые c_0 , u_0 , v_0 не зависят от φ , то есть функции $c_0(t, r)$, $u_0(t, r)$, $v_0(t, r)$ определяются из следующей системы уравнений с частными производными:

$$\begin{cases} c_{0t} + u_0 c_{0r} + \frac{(\gamma - 1)}{2} c_0 \left(u_{0r} + \frac{u_0}{r} \right) = 0; \\ u_{0t} + u_0 u_{0r} - \frac{v_0^2}{r} + \frac{2}{(\gamma - 1)} c_0 c_{0r} = a v_0; \\ v_{0t} + u_0 v_{0r} + \frac{u_0 v_0}{r} = -a u_0. \end{cases}$$

Коэффициент c_1 определяется из соотношения

$$c_1 = \frac{(\gamma - 1)}{2c_0} (b u_0 \cos \varphi - b v_0 \sin \varphi - g).$$

и в нестационарном случае имеет вид:

$$c_1 = c_1(t, r, \varphi) \equiv c_{10}(t, r) + c_{11}(t, r) \cos \varphi + c_{12}(t, r) \sin \varphi,$$

где

$$c_{10}(t, r) = -\frac{g(\gamma - 1)}{2c_0(t, r)}; \quad c_{11}(t, r) = \frac{b(\gamma - 1)u_0(t, r)}{2c_0(t, r)}; \quad c_{12}(t, r) = -\frac{b(\gamma - 1)v_0(t, r)}{2c_0(t, r)}.$$

В стационарном случае формула для c_1 аналогична.

При построении следующих коэффициентов индукцией по k доказана следующая

Теорема 3. *Коэффициенты ряда (13) задаются следующими формулами:*

$$w_k(t, r, \varphi) = w_{k,0}(t, r) + \sum_{\ell=1}^{k-1} [w_{k,2\ell-1}(t, r) \cos(\ell\varphi) + w_{k,2\ell}(t, r) \sin(\ell\varphi)]; \quad k = 2, 3, \dots$$

$$f_k(t, r, \varphi) = f_{k,0}(t, r) + \sum_{\ell=1}^k [f_{k,2\ell-1}(t, r) \cos(\ell\varphi) + f_{k,2\ell}(t, r) \sin(\ell\varphi)]; \quad k = 1, 2, \dots$$

где f принимает значения c , u , v .

Далее используются следующие отрезки ряда (13)

$$\begin{aligned} c &= c_0 + c_1 z + c_2 \frac{z^2}{2} + c_3 \frac{z^3}{6} + c_4 \frac{z^4}{24}; \\ u &= u_0 + u_1 z + u_2 \frac{z^2}{2} + u_3 \frac{z^3}{6}; \\ v &= v_0 + v_1 z + v_2 \frac{z^2}{2} + v_3 \frac{z^3}{6}; \\ w &= w_0 + w_1 z + w_2 \frac{z^2}{2} + w_3 \frac{z^3}{6} + w_4 \frac{z^4}{24}. \end{aligned} \tag{19}$$

Подробности построения начальных коэффициентов из (19) представлены в диссертации.

В §7 описывается влияние вращения Земли на исследуемые потоки.

Доказанный факт существования и единственности решения начально-краевой задачи (1), (10), (11) позволяет установить, что только из-за вращения Земли вокруг своей оси воздух закручивается в придонных частях восходящих потоков.

Это устанавливается при анализе единственного решения в двух случаях: $\Omega = 0$ и $\Omega \neq 0$. Первый случай соответствует тому, что при построении решения задачи (1), (10), (11) не учитывается действие силы Кориолиса, то есть не учитывается вращение Земли вокруг своей оси. А второй случай – когда учитывается.

Будем пользоваться фактом, что нужное решение задачи (1), (10), (11) представимо в виде сходящегося ряда

$$\mathbf{U}(t, r, \varphi, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{U}_k(t, r, \varphi) \frac{z^k}{k!}$$

Предположим, что начальные (10) и краевые (11) условия не зависят от переменной φ :

$$\frac{\partial \mathbf{U}_0}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial u^o}{\partial \varphi} = \frac{\partial v^o}{\partial \varphi} = 0;$$

и закрутки воздуха на радиусе притока нет:

$$v^o|_{\zeta=r_{in}-r_0} = 0.$$

Методом математической индукции доказана

Теорема 4. В случае $\Omega = 0$ единственное решение задачи (1), (10), (11) не зависит от φ и $v \equiv 0$, то есть закрутки газа в этом случае нет.

При $\Omega \neq 0$ задача о радиальном притоке в плоскости $z = 0$ для наглядности и простоты изложения рассматривается в плоском случае, и анализируются функции c_0 , u_0 , v_0 .

При $\Omega \neq 0$ функция $v_0(r)$ имеет вид (15). Функции $c_0(r)$, $u_0(r)$ определяются при решении следующей задачи Коши для системы из двух обыкновенных дифференциальных уравнений (14) и при начальном условии:

$$c_0(r)|_{r=r_{in}} = 1; \quad u_0(r)|_{r=r_{in}} = u_{in} = \text{const} < 0. \quad (20)$$

Решение задачи (14), (20) и функция (15) описывают следующее течение: на окружности $r = r_{in}$ задан радиальный приток $u_0 = u_{in} < 0$ в кольцо $r_0 \leq r \leq r_{in}$ (см. рис. 4). При $r = r_{in}$ окружная скорость v_0 равна нулю, а скорость звука равна единице.

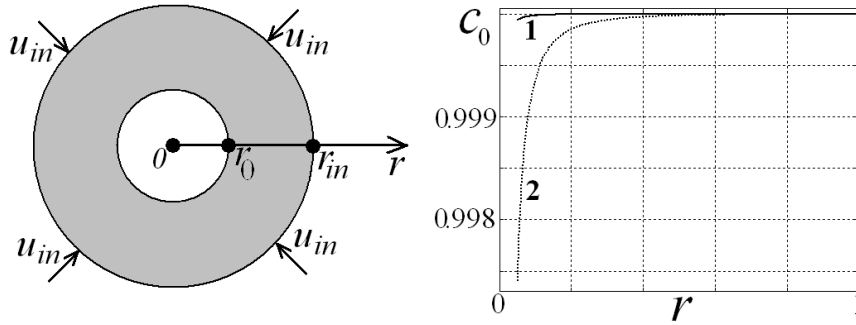


Рис. 4, 5

В случае следующих размерных значений: $r_{in} = 73000$ м; $r_0 = 3650$ м; $\sqrt{u_0^2(r_0) + v_0^2(r_0)} = 51.91$ м/с – графики полученного решения приведены на рис. 5–7, на которых кривые, соответствующие первому ($\Omega = 0$) и второму ($\Omega \neq 0$) случаям, помечены соответственно цифрами один и два.

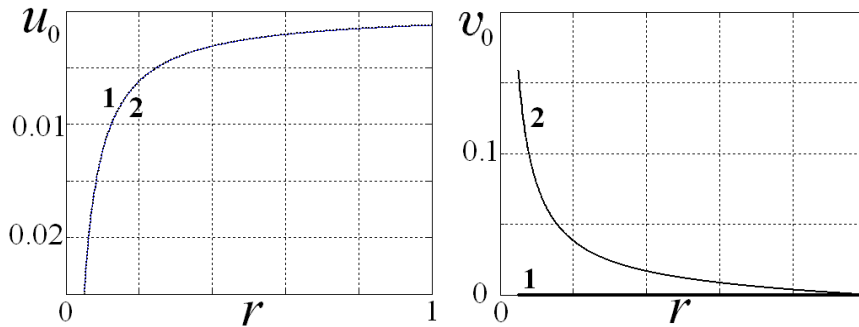


Рис. 6, 7

Кривые скорости звука качественно ведут себя одинаково, только во втором случае изменение $c(r)$ в окрестности точки $r = r_0$ принципиально более

резкое. Графики радиальной скорости практически совпадают. И поэтому очевидно, что во втором случае: $\Omega \neq 0$ – кинетическая энергия потока больше, чем кинетическая энергия потока в первом случае $\Omega = 0$, поскольку во втором случае $v_0(r) > 0$ при $r_0 \leq r < r_{in}$, а в первом – функция $v_0(r)$ тождественно равна нулю.

Это увеличение кинетической энергии потока в случае, когда при построении решения учитывается вращение Земли, можно объяснить только следующим образом. В уравнениях движения системы уравнений газовой динамики присутствуют слагаемые, вносящие в поток дополнительный импульс из-за учета вращения Земли вокруг своей оси. Этот внешний импульс изменяет количество движения потока и, следовательно, изменяет скорость потока. Именно таким образом при учете вращения Земли вокруг своей оси изменяется величина кинетической энергии потока через действие силы инерции – силы Кориолиса.

И нет других причин, кроме вращения Земли вокруг своей оси, для поступления энергии как на возникновение закрутки в придонной части течения, так и на поддержание этой закрутки.

В §8 рассматривается задача о трехмерном нестационарном движении газа возле нагревающегося цилиндра. Для системы уравнений газовой динамики для идеального политропного газа в изэнтропическом случае в условиях действия сил тяжести и Кориолиса ставится специальная характеристическая задача Коши, решение которой описывает движение первоначально покоящегося в поле тяжести воздуха при плавном нагреве находящегося в нем вертикального цилиндра.

Вместо системы (1) рассматривается система уравнений газовой динамики для искомых T – температуры и u , v , w и для удобства последующих выкладок уравнение для T ставится в конец новой системы

$$\left\{ \begin{array}{l} u_t + uu_r + \frac{v}{r}u_\varphi - \frac{v^2}{r} + wu_z + \frac{1}{(\gamma - 1)}T_r = av - bw \cos \varphi, \\ v_t + uv_r + \frac{uv}{r} + \frac{v}{r}v_\varphi + wv_z + \frac{1}{(\gamma - 1)}\frac{1}{r}T_\varphi = -au + bw \sin \varphi, \\ w_t + uw_r + \frac{v}{r}w_\varphi + ww_z + \frac{1}{(\gamma - 1)}T_z = bu \cos \varphi - bv \sin \varphi - g, \\ T_t + uT_r + \frac{v}{r}T_\varphi + wT_z + (\gamma - 1)T \left(u_r + \frac{u}{r} + \frac{v_\varphi}{r} + w_z \right) = 0. \end{array} \right. \quad (21)$$

Набор функций

$$u = 0; \quad v = 0; \quad w = 0; \quad T = T_0(z) = 1 - kz; \quad k = (\gamma - 1)g = \text{const} > 0 \quad (22)$$

является решением системы (21). Он передает покоящийся в поле тяжести газ и далее называется фоновым течением.

Пусть при $t = 0$ вне цилиндра радиуса $r = r_0$, $r_0 = \text{const} > 0$ (рис. 8) находится покоящийся в поле тяжести газ. С момента времени $t = 0$ начинается плавный нагрев этого цилиндра, определяемый аналитической в окрестности точки $(t = 0, z = 0)$ функцией $T = T^o(t, z)$:

$$T(t, r, \varphi, z)|_{r=r_0} = T_0(z) + T_1(t), \quad T_1(0) = 0, \quad T_1'(0) = T_* = \text{const} > 0. \quad (23)$$

Конфигурация возникшего в результате нагрева цилиндра течения следующая: по покоящемуся в поле тяжести газу в сторону возрастания значений r распространяется поверхность звуковой C^+ -характеристики (см. рис. 8).

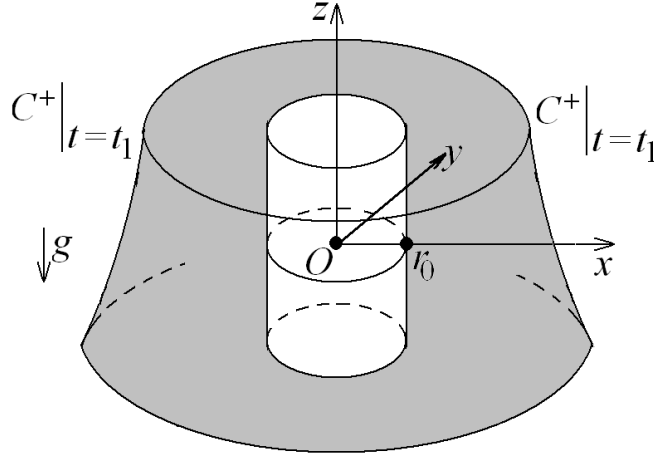


Рис. 8

Поверхность C^+ -характеристики задается в виде (4).

Для системы уравнений (21) на поверхности звуковой C^+ -характеристики (4) ставятся условия

$$\begin{cases} u(t, r, \varphi, z)|_{C^+} = 0; \\ v(t, r, \varphi, z)|_{C^+} = 0; \\ w(t, r, \varphi, z)|_{C^+} = 0; \\ T(t, r, \varphi, z)|_{C^+} = T_0(z), \end{cases} \quad (24)$$

обеспечивающие непрерывное примыкание искомого течения к фоновому, задаваемому формулами (22).

Кроме условий (24), для системы (21) ставится также условие (23).

Решение полученной задачи (21), (24), (23) описывает искомое течение газа, расположенное между поверхностью звуковой C^+ -характеристики (4) и поверхностью нагревающегося цилиндра $r = r_0$ (см. рис. 8).

Теорема 5. *Задача (21), (24), (23) имеет единственное аналитическое решение в некоторой окрестности точки M_0 с координатами $t = 0$, $r = r_0$, $\varphi = \varphi_0$, $z = 0$, где $0 \leq \varphi_0 \leq 2\pi$.*

Доказательство теоремы состоит в сведении задачи (21), (24), (23) к характеристической задаче Коши стандартного вида [13], для которой справедлив соответствующий аналог теоремы Ковалевской [13, 14].

Для обоснования одного конкретного свойства решения рассматриваемой задачи в точке ($\zeta = \chi = 0$) определяются знаки первых коэффициентов ряда, решающего характеристическую задачу Коши (21), (24), (23) в новых переменных, в частности:

$$v_2|_{\zeta=\chi=0} = -\frac{2\Omega \sin \psi}{c_{00}} (u_1|_{\zeta=\chi=0}). \quad (25)$$

Из формулы (25) следует, что в Северном полушарии, где $\sin \psi > 0$,

$$\left. \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=\zeta=\chi=0} = v_2|_{\zeta=\chi=0} < 0,$$

а в Южном полушарии, где $\sin \psi < 0$,

$$\left. \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} \right|_{\xi=\zeta=\chi=0} = v_2|_{\zeta=\chi=0} > 0$$

при всех значениях $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

На рис. 9 с учетом установленных знаков выводятся с C^+ -характеристики производных (для v взят случай Северного полушария) показано качественное поведение функций u , v в ее окрестности в некоторый момент времени $t = t_1 > 0$.

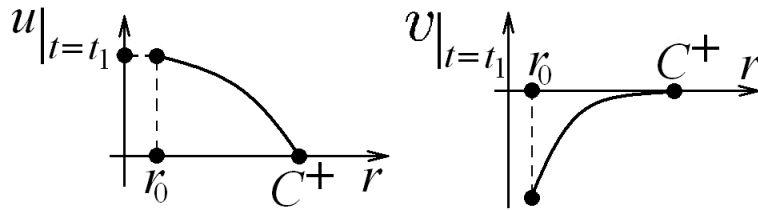


Рис. 9

Таким образом, с учетом полученных неравенств доказано, что в задаче нагрева вертикального цилиндра при всех $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ в некоторой окрестности звуковой C^+ -характеристики, начиная с момента времени $t = 0$, возникает закрутка газа: в отрицательном направлении для Северного полушария и в положительном направлении – для Южного полушария.

Установленный факт есть математическое обоснование направления закрутки огненных вихрей.

По аналогии с результатами из § 7 устанавливается, что единственное решение задачи (21), (24), (23) в случае $\Omega = 0$ описывает только радиальное течение без какой-либо закрутки. Следовательно, причиной закрутки газа возле плавно нагревающегося цилиндра является только вращение Земли вокруг своей оси.

Третья глава диссертации состоит из 7 параграфов.

В §9 приведены формулы для расчета кинетической энергии стационарного потока с показателем $\gamma = 1.4$. В этом случае для изэнтропических течений справедлива формула

$$\rho = c^5. \quad (26)$$

С использованием автоматизированных математических выкладок задача о нахождении кинетической энергии трехмерного стационарного потока сведена к вычислению определенного интеграла от одной пространственной переменной r .

Кинетическая энергия газа, расположенного в области

$$(D) : \{r_0 \leq r \leq r_{in}; \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi; \quad 0 \leq z \leq h\},$$

задается тройным интегралом

$$W = \frac{1}{2} \iiint_{(D)} \rho(x, y, z) \mathbf{V}^2 dx dy dz = \frac{1}{2} \int_0^h \left\{ \int_0^{2\pi} \left[\int_{r_0}^{r_{in}} \rho(r, \varphi) \mathbf{V}^2(r, \varphi) r dr \right] d\varphi \right\} dz,$$

где \mathbf{V} – вектор скорости газа.

В более подробной записи:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \iiint_{(D)} \rho(x, y, z) \mathbf{V}^2 dx dy dz = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^h \left\{ \int_0^{2\pi} \left[\int_{r_0}^{r_{in}} c^5(r, \varphi, z) \left(u^2(r, \varphi, z) + v^2(r, \varphi, z) + w^2(r, \varphi, z) \right) r dr \right] d\varphi \right\} dz = \\ &= W_u + W_v + W_w. \end{aligned} \quad (27)$$

Рассматривается стационарный случай, когда решение зависит только от переменных r, φ, z :

$$W_{k_i} = W_{k_i}(r, \varphi, z).$$

Вид формулы скорости звука следующий:

$$c(r, \varphi) = c_0 + c_1 z + c_2 \frac{z^2}{2} + c_3 \frac{z^3}{6} + c_4 \frac{z^4}{24}.$$

Поэтому с учетом равенства (26) для вычисления интеграла (27) необходимо возвести c в пятую степень в аналитическом виде.

$$c^5(r, \varphi) = \left(c_0 + c_1 z + c_2 \frac{z^2}{2} + c_3 \frac{z^3}{6} + c_4 \frac{z^4}{24} \right)^5.$$

Далее для простоты изложения используются представления:

$$c(r, \varphi) = c_0(r) + c_1(r, \varphi) z, \quad u(r, \varphi) = u_0 + u_1 z.$$

Далее в аналитическом виде перемножаются c^5 и u^2 , и затем выделяются слагаемые при каждой степени z . Тогда произведение $c^5(r, \varphi) u^2(r, \varphi)$ имеет вид:

$$c^5(r, \varphi) u^2(r, \varphi) = d_0 + d_1 z + d_2 z^2 + d_3 z^3 + d_4 z^4 + d_5 z^5 + d_6 z^6 + d_7 z^7, \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} d_0 &= a_{10} b_{10}; & d_1 &= a_{10} b_{11} + a_{11} b_{10}; & d_2 &= a_{10} b_{12} + a_{11} b_{11} + a_{12} b_{10}; \\ d_3 &= a_{11} b_{12} + a_{12} b_{11} + a_{13} b_{10}; & d_4 &= a_{12} b_{12} + a_{13} b_{11} + a_{14} b_{10}; \\ d_5 &= a_{13} b_{12} + a_{14} b_{11} + a_{15} b_{10}; & d_6 &= a_{14} b_{12} + a_{15} b_{11}; \\ d_7 &= a_{15} b_{12}. \end{aligned}$$

Проинтегрируем выражение (28) по z и в пределах от $z = 0$ до $z = h$:

$$\int_0^{z_0} [c^5(r) u^2(r)] dz = d_0 h + \frac{1}{2} d_1 h^2 + \frac{1}{3} d_2 h^3 + \frac{1}{4} d_3 h^4 + \frac{1}{5} d_4 h^5 + \frac{1}{6} d_5 h^6 + \frac{1}{7} d_6 h^7 + \frac{1}{8} d_7 h^8.$$

Затем каждое полученное слагаемое интегрируется по φ в аналитическом виде, поскольку в них в качестве сомножителей входят целые степени гармоник.

Естественно, что все вычисления проходят и в случае, когда за начальные отрезки ряда берутся представления (19), а не только по два первых слагаемых из них.

Для вычисления слагаемых из интеграла (27) остается численно найти определенные интегралы по переменной r :

$$W_{k_i} = \int_{r_0}^{r_{in}} F_{k_i}(r) r dr,$$

где вид подынтегральных функций $F_{k_i}(r)$ приведен в диссертации.

В §10 описано восстановление значений газодинамических параметров в физическом пространстве по результатам расчетов задач Коши для СОДУ,

приведенной в §5. Значения газодинамических характеристик восстанавливаются численно с использованием начальных отрезков сходящихся рядов. Также восстанавливаются траектории движения отдельных частиц газа, и представлен сравнительный анализ газодинамических характеристик восходящих закрученных потоков, соответствующих всем классам торнадо по расширенной шкале Фудзиты [4, 7] для следующих значений широт: $\psi = \pi/3$, $\psi = \pi/4$, $\psi = \pi/6$.

Для того, чтобы в рамках предложенной С.П. Баутиным схемы [1] математически смоделировать течение газа в придонной части восходящего закрученного потока, используется в качестве данных натуральных наблюдений за торнадо различной интенсивности шкала Фудзиты [4, 7] – таблица 1.

Таблица 1

Класс торнадо	Скорость ветра, м/с	Ширина следа, м	Средняя длина пути, км	Среднее время жизни, мин
<i>F0</i>	19 – 32	5 – 15	1.9	2.4
<i>F1</i>	33 – 50	16 – 50	4.2	5.2
<i>F2</i>	51 – 70	51 – 160	8.7	10.8
<i>F3</i>	71 – 92	161 – 508	16.1	20.0
<i>F4</i>	93 – 116	547 – 1448	43.8	54.4
<i>F5</i>	117 – 142	1609 – 4989	57.1	71.0

Таблица 2

Класс торнадо	<i>F00</i>	<i>F01</i>	<i>F10</i>	<i>F11</i>	<i>F20</i>	<i>F21</i>	<i>F30</i>	<i>F31</i>	<i>F40</i>
радиус стока r_0 , м	2.5	5	8	16.5	25.5	52.75	80.5	167.5	273.5
скорость ветра м/с	19	25.5	33	41.5	51	60.5	71	81.5	93

Продолжение таблицы 2

Класс торнадо	F41	F50	F51	F52
радиус стока r_0 , м	498.75	804.5	1649.5	2494.5
скорость ветра м/с	104.5	117	129.5	142

Для более детального исследования потоков далее представлена расширенная шкала Фудзиты (табл. 2.), где введены промежуточные классы торнадо, r_0 – радиус вертикальной части торнадо, скорость ветра равна $|\mathbf{V}| = \sqrt{u^2 + v^2}$, где u - радиальная скорость воздуха, направленная к центру, v - окружная скорость воздуха.

Начальные значения r_{in} и $u_{in} = u(r_{in})$ брались таким образом, чтобы при заданном из шкалы Фудзиты значении r_0 получить решение, при котором в точке $r = r_0$ скорость ветра решения совпадала со скоростью ветра, приведенной в шкале Фудзиты. В §10 приведены основные результаты расчетов течений в восходящих закрученных потоках с использованием представлений (24), соответствующих различным классам торнадо. Эти результаты оформлены в виде графического и табличного материала с соответствующими пояснениями.

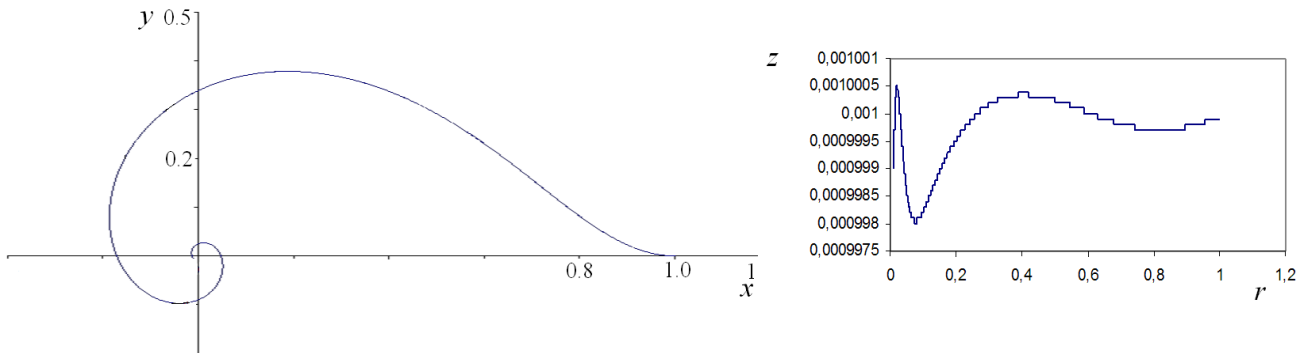


Рис. 10, 11

На рис. 10, 11 приведены проекции одной конкретной траектории линии тока на плоскости xOy , rOz соответственно. Результаты массовых расчетов течений для всех указанных классов восходящих закрученных потоков приведены в диссертации и в работах автора.

Общие выводы по расчетам течений торнадо следующие (конкретные числовые значения приведены для торнадо класса F30):

поток газа является трехмерным, в том числе с ростом z начинает принципиально зависеть от φ : при $r \rightarrow r_0 + 0$ изменение газодинамических параметров при разных значениях φ проявляется сильнее, но тем не менее эти изменения в размерных значениях не очень велики и при $r \rightarrow r_0 + 0$ наблюдается небольшая «рябь» в потоке при изменении φ .

В §11 из работы [15] приведены результаты статистической обработки данных натуральных наблюдений и показателей интенсивности тропических циклонов и в первую очередь по скоростям движения в них воздушных масс – по скорости ветра. Также из работы [15] приведены некоторые общие выводы об отдельных особенностях функционирования тропических циклонов.

На рис. 16, повторенном из работы [15], приведены усредненные значения скорости ветра в тропическом циклоне. По оси абсцисс откладывается в часах «время после максимума интенсивности циклона». Числовые показатели на этой оси связаны с такими статистическими выводами, как: увеличение скорости ветра в циклоне до максимального значения происходит в среднем за 72 ч, т. е. за трое суток; после достижения этого максимума среднее время затухания циклона составляет 96 ч, т. е. четверо суток. Следовательно, жизненный цикл среднестатистического циклона – семь суток. По оси ординат на рис. 15 отложена скорость ветра, измеряемая в м/с. Вертикальные отрезки на графике показывают средний разброс скорости ветра от ее усредненного значения.

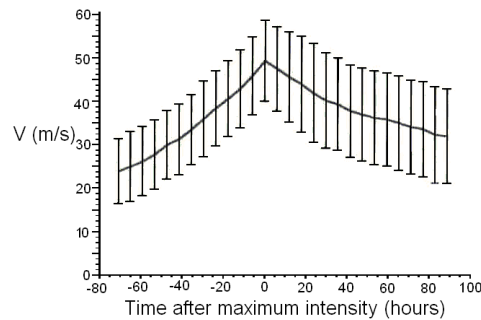


Рис. 16

В §11 приведены основные результаты расчетов подобных течений. Эти результаты оформлены в виде графического и табличного материала с соответствующими пояснениями. Результаты массовых расчетов течений для тропического циклона средней интенсивности приведены в диссертации.

На рис. 17, 18 приведены проекции одной конкретной траектории линии тока на плоскости xOy , rOz соответственно.

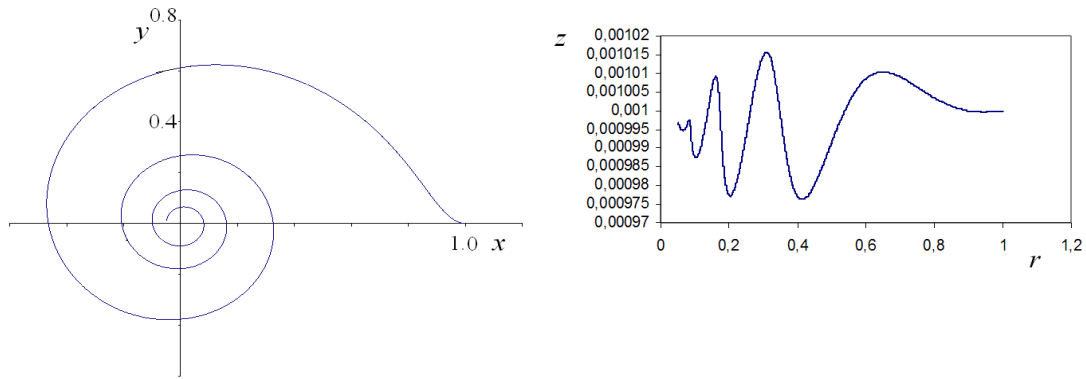


Рис. 17, 18

На рис. 19–22 при $z = 0.001$ представлены поверхности газодинамических распределений над плоскостью декартовых координат xOy .

Общие выводы по расчетам течений среднего по своим характеристикам тропического циклона следующие.

Поведение траекторий $z = z(r)$ в зависимости от φ в отличие от траектории в случае, например, торнадо *F30* имеет существенно больше локальных экстремумов (3–4), а с учетом значений при $r = r_0$ количество локальных максимумов достигает 5.

Так же, как и у торнадо *F3*, при изменении φ наблюдается разное поведение частицы при уменьшении r . В районе $\varphi = \pi/3; 2\pi/3$ при уменьшении r высота от плоскости $z = 0$ сначала уменьшается, затем растет. А при $\varphi = 4\pi/3; 5\pi/3$ высота сначала растет, а потом убывает.

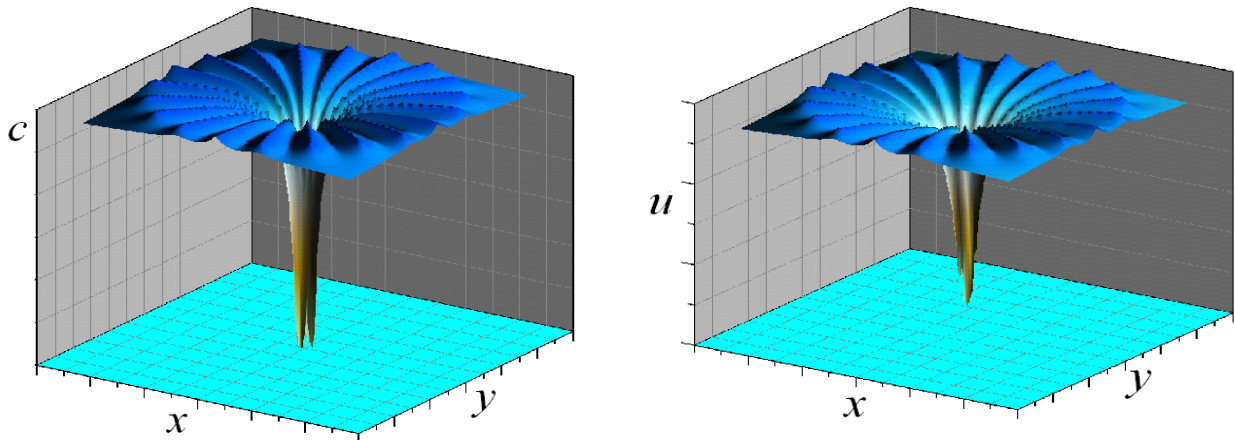


Рис. 19, 20

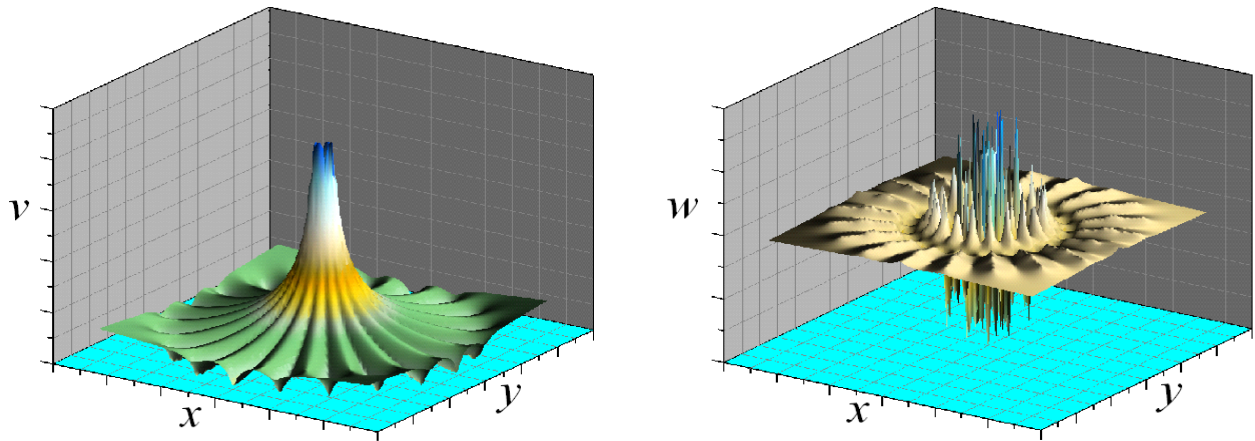


Рис. 21, 22

Перепады высот на траектории движения отдельной частицы составляют величину порядка 1 м. Так называемая «рябь» начинает наблюдаться уже при достаточно больших значениях $r = 0.2 - 0.4$ безразмерных единиц, то есть на расстояниях 15–30 км от центра циклона (от центра «глаза» циклона).

При увеличении высоты начинает проявляться немонотонность в поведении функций u и w , а функция s практически не меняется. Также не меняется максимальное значение v , которое достигается при $r = r_0$. Несмотря на разные знаки u при $r \rightarrow 0$, на стоке u всегда отрицательно. Также с ростом высоты w принимает значения разных знаков, что говорит о более сложном поведении трехмерного потока при переходе от среднемасштабного восходящего закрученного потока (торнадо классов F0-F3) к крупномасштабным восходящим закрученным потокам (торнадо класса F5, тропический циклон).

Общие выводы по расчетам газодинамических параметров:

основные изменения газодинамических параметров происходят в окрестности стока при $r = r_0$;

с увеличением интенсивности потока растет модуль скорости в окрестности стока $r = r_0$;

для торнадо одного класса с увеличением широты скорость газа растет;

окружная скорость на порядок больше модуля радиальной скорости при $r \rightarrow r_0 + 0$.

В §11 сделаны выводы о свойствах трехмерных стационарных спиральных течений, моделирующих движение воздуха в придонных частях восходящих закрученных потоков.

В §12 приведены расчеты геометрических, скоростных и энергетических характеристик плоских течений, возникающих в задаче о радиальном притоке и согласованных с данными натуральных наблюдений за торнадо. Эти данные собраны в шкале Фудзиты (см. §10), из которой берутся значения двух па-

раметров: $d = 2r_0$ – ширина полосы разрушения и $V(r_0)$ – скорость ветра при $r = r_0$. Для детализации расчетов здесь введены еще два течения, обозначенные как $F_{-0,5}$ и $F_{0,5}$. Значения параметров d и $V(r_0)$ для введенных течений сосчитаны интерполяцией по соответствующим значениям из шкалы Фудзиты (см. табл. 3).

Таблица 3

Классы торнадо, циклон	r_{in} , м	$[u^2(r_0) + v^2(r_0)]^{1/2}$, м/с	$u^2(r_0)$, м/с	$v^2(r_0)$, м/с	W , Дж	W_v/W
$F_{-0.5}$	410	14.95	-13.65	6.09	$1.1 \cdot 10^6$	0.149
$F0$	975	19.01	-13.02	13.85	$2.5 \cdot 10^7$	0.497
$F_{0.5}$	1765	25.50	-11.79	22.68	$0.3 \cdot 10^9$	0.764
$F1$	2618	32.97	-10.92	31.10	$1.9 \cdot 10^9$	0.877
$F2$	5949	51.02	-7.86	50.38	$0.1 \cdot 10^{12}$	0.973
$F3$	12522	70.96	-5.29	70.76	$3.6 \cdot 10^{12}$	0.994
$F4$	26450	93.01	-3.36	92.94	$1.3 \cdot 10^{14}$	0.9986
$F5$	50890	116.98	-2.23	116.95	$3.1 \cdot 10^{15}$	0.9996
Циклон	175100	53.01	-0.67	52.98	$1.6 \cdot 10^{16}$	0.99997

Из результатов, приведенных в таблицах, также следует, что исследуемые течения становятся разрушительными тогда, когда они имеют соответствующие геометрические и скоростные характеристики и когда с течением времени вращение Земли передаст им значительное количество кинетической энергии. Выявленная в результате натуральных наблюдений граница между неразрушительными и разрушительными восходящими закрученными потоками (торнадо класса $F0$) совпала с границей, до которой кинетическая энергия вращающейся части потока меньше половины всей кинетической энергии потока. А после этой границы — больше половины. И доля кинетической энергии вращающейся части потока в его общей кинетической энергии растет с увеличением интенсивности потока.

Далее в §12 при заданном в таблице Фудзиты значении ширины полосы разрушений для всех торнадо установлены два внешних радиуса, с которых может осуществляться приток воздуха в придонную часть торнадо. Первый из этих радиусов такой, что кинетическая энергия вращательного движения составляет половину всей кинетической энергии полученного потока. Вторым — при котором кинетическая энергия всего потока становится равной кинетической энергии самого слабого торнадо, при котором имеют место разрушения.

В качестве примера здесь приведена таблица 4 для торнадо класса $F3$ с $r_0 = 80.5$ м и скоростью ветра 71.02 м/с при $r = r_0$ по шкале Фузиты.

Таблица 4

$r_{in}, \text{ м}$	1000	1100	1200	1295	1500	2000
$V_{\text{ветра}}, \text{ м/с}$	0.6	0.7	0.8	0.9	1.2	2.0
$W, \text{ Дж}$	$2.1 \cdot 10^5$	$2.9 \cdot 10^5$	$3.9 \cdot 10^5$	$5.1 \cdot 10^5$	$8.9 \cdot 10^5$	$2.7 \cdot 10^6$
$W_v/W, \text{ м}$	0.46	0.51	0.55	0.59	0.67	0.79
W/W_{\min}	0.41	0.57	0.77	1.01	1.74	5.28

Из этих таблиц следует, что дробь W/W_{\min} становится больше 0,5 при радиусе притока $r_{in} \approx 1100$, а разрушительным, то есть $W/W_{\min} \geq 1$, – при $r_{in} \approx 1295$ и скорости ветра при $r = r_0$ всего 0,9 м/с. Здесь: W_v – кинетическая энергия окружного движения; W – кинетическая энергия всего потока; W_{\min} – общая кинетическая энергия потока торнадо класса $F0$, при котором происходят разрушения.

В таблице 5 собраны соответствующие результаты расчетов для торнадо всех классов.

Таблица 5

	$r_0, \text{ м}$	$r_{in1}, \text{ м}$	$r_{in2}, \text{ м}$	$r_{in}, \text{ м}$	$V(r_{in1}), \text{ м/с}$	$V(r_{in2}), \text{ м/с}$	$V(r_{in}), \text{ м/с}$
$F0$	2.5	975	975	975	19.0	19.0	19.0
$F1$	18.0	1000	1050	2618	6.2	6.7	33.0
$F2$	25.5	1030	1150	5949	2.0	2.4	51.0
$F3$	80.5	1100	1250	12522	0.7	0.9	71.0
$F4$	273.5	1251	1557	26500	0.3	0.4	93.1
$F5$	804.5	1725	2070	50890	0.1	0.2	117.0

Здесь: r_{in1} – то значение радиуса внешнего притока воздуха, при котором для получающегося потока выполняется первое неравенство из двух ниже следующих:

$$\frac{W_v}{W} \geq \frac{1}{2}; \quad \frac{W}{W_{\min}} \geq 1; \quad (29)$$

r_{in2} – то значение радиуса внешнего притока воздуха, при котором для получающегося потока выполняется второе неравенство из (29); r_{in} – радиус внешнего притока воздуха, при котором скорость ветра на стоке совпала с соответствующей скоростью ветра из шкалы Фузиты.

Результаты расчетов позволили установить следующее:

1. С увеличением r_{in} для всех значений r_0 растут величины

$$W; \quad \frac{W_v}{W}; \quad \frac{W}{W_{\min}}.$$

2. Значения r_{in1} и r_{in2} не совпадают: $r_{in1} < r_{in2}$.
3. Оказалось, что для торнадо большой интенсивности неравенства (29) начинают выполняться при достаточно небольших размерных значениях скорости ветра на стоке при $r = r_0$.

Полученные результаты помогут в решении проблемы раннего предсказания торнадо, обсуждение которой начато в работе [7].

В §14 описаны численные методики, используемые в диссертации.

В §15 описан программный комплекс, с помощью которого проводились расчеты.

В **Заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ДИССЕРТАЦИИ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Доказаны пять новых теорем о существовании и единственности аналитических решений, которые моделируют течения в различных частях восходящих закрученных потоков.

2. Обоснован факт возникновения закрутки потока и направление закрутки, разное в случаях восходящих закрученных потоков, моделирующих течения в случаях торнадо и в случае огненного вихря.

3. Математически обосновано влияние вращения Земли вокруг своей оси на энергетическую поддержку движения воздуха в восходящих закрученных потоках.

4. Проведены численные расчеты газодинамических локальных и интегральных характеристик стационарных течений в придонных частях восходящих закрученных потоков, соответствующие данным натурных наблюдений за природными восходящими закрученными потоками типа торнадо и тропического циклона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в диссертации результаты по математическому моделированию течений газа в восходящих закрученных потоках позволяют сделать вывод о том, что разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как новое крупное научное достижение, состоящее в том, что даны обоснованные ответы на самые главные вопросы: почему возникает закрутка воздуха и откуда берется энергия на возникновение и продолжительное функционирование восходящих закрученных потоков.

Автор выражает искреннюю благодарность доктору физико-математических наук, профессору Сергею Петровичу Баутину за поддержку, постоянное внимание к работе и обсуждение ее результатов.

СПИСОК ЦИТИРОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Баутин, С.П. Торнадо и сила Кориолиса / С.П. Баутин. – Новосибирск: Наука, 2008. – 96 с.
2. Наливкин, Д. В. Ураганы, бури и смерчи. Географические особенности и геологическая деятельность / Д.В. Наливкин. – Л.: Наука, 1969.– 487 с.
3. Вараксин, А.Ю. Торнадо. / А.Ю. Вараксин, М.Э. Ромаш, В.Н. Копейцев. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 344 с.
4. Баутин, С.П. Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси /С.П. Баутин, С.Л. Дерябин, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов. – Екатеринбург : УрГУПС, 2017. – 336 с.
5. Алексеенко, С.В. Введение в теорию концентрированных вихрей / С.В. Алексеенко, П.А. Куйбин, В.Л. Окулов. – Новосибирск : Институт теплофизики СО РАН, 2003. – 504 с.
6. Арсеньев, С.А. Теория мезомасштабной турбулентности. Вихри атмосферы и океана / С.А. Арсеньев, В.А. Бабкин, А.Ю. Губарь, В.Н. Николаевский. – М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010. – 308 с.
7. Баутин, С.П. Проблема предсказания и уничтожения смерча / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов // Технологии гражданской безопасности. – 2016. – Т. 13, № 1 (47). – С. 70–75.
8. Вараксин, А.Ю. О возможности физического моделирования воздушных смерчей в лабораторных условиях / А.Ю. Вараксин, М.Э. Ромаш, В.Н. Копейцев, С.И. Таекин // Теплофизика высоких температур. – 2008. – Т. 46. – № 6. – С. 957–960.
9. Вараксин, А.Ю. Метод воздействия на свободные нестационарные воздушные вихри / А.Ю. Вараксин, М.Э. Ромаш, В.Н. Копейцев, М.А. Горбачев // Теплофизика высоких температур. – 2012. – Т. 50. – № 4. – С. 533–537.
10. Баутин, К.В. Экспериментальное подтверждение возможности создания потока воздуха, закрученного силой Кориолиса / К.В. Баутин, С.П. Баутин, В.Н. Макаров // Вестник УрГУПС. – 2013. – № 2(18). – С. 27–33.
11. Баутин, С.П. Создания потока воздуха, закрученного силой Кориолиса при использовании трубы двухметрового диаметра / С.П. Баутин, В.В. Макаров // Вестник УрГУПС. – 2016. – № 4 (32). – С. 39–45.
12. Баутин, С. П. Математическое моделирование разрушительных атмосферных вихрей / С. П. Баутин, А. Г. Обухов. – Новосибирск: Наука, 2012. – 152 с.
13. Баутин, С.П. Характеристическая задача Коши и ее приложения в

газовой динамике / С.П. Баутин. – Новосибирск : Наука, 2009. – 368 с.

14. Баутин, С.П. Характеристическая задача Коши для квазилинейной аналитической системы / С.П. Баутин // Дифференциальные уравнения. – 1976. – Т. 12, № 11. – С. 2052–2063.

15. Emanuel, K.A. A statistical Analysis of Tropical Cyclone Intensity / K.A. Emanuel // Journal of the Atmospheric Sciences. – 2000. – V. 128. – Pp. 1139–1152.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Монографии

1. Баутин, С.П. Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты / С.П. Баутин, К.В. Баутин, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов // Новосибирск : Наука; Екатеринбург : Изд-во УрГУПС, 2013. – 215, [1] с.

2. Баутин, С.П. Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси / С.П. Баутин, С.Л. Дерябин, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов // Екатеринбург : Изд-во УрГУПС, 2017. – 338, [1] с.

Препринты

3. Казачинский, А.О. Построение течений в придонной части восходящих закрученных потоков как решение одной характеристической задачи Коши / А.О. Казачинский, И.Ю. Крутова // Снежинск : издательство СФТИ НИЯУ МИФИ, 2016 – 60 с.

4. Крутова, И.Ю. Расчет кинетической энергии течений в придонной части торнадо и тропического циклона / И.Ю. Крутова, О.В. Опрышко // Снежинск : издательство СФТИ НИЯУ МИФИ, 2017 – 62 с.

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК России

5. Баутин, С.П. Математическое моделирование природных восходящих закрученных потоков типа торнадо / С.П. Баутин, П.С. Баутин, Е.Д. Белова, В.Е. Замыслов, И.Ю. Крутова, А.В. Мезенцев, А.Г. Обухов // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. 2011. № 4 (2). С. 384–385.

6. Баутин, С.П. Закрутка газа при плавном стоке в условиях действия сил тяжести и Кориолиса / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова // Теплофизика высоких температур. 2012. Т. 50, №3. С. 473–475.

7. Баутин, С.П. Моделирование трехмерного стационарного течения в придонной части тропического циклона / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова // Вестник Тюменского государственного университета. Нефть, газ, энергетика. 2013. № 7 (2). С. 124–132.

8. Баутин, С.П. Аналитическое, численное и экспериментальное моделирование потоков типа торнадо / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2015. Т. 4, №5. С. 397–400.
9. Баутин, С.П. Закрутка огненного вихря при учете сил тяжести и Кориолиса / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53, №6. С. 961–964.
10. Крутова, И.Ю. Расчеты газодинамических параметров в придонной части торнадо / И.Ю. Крутова // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2015. Т. 4, №6. С. 523–527.
11. Баутин, С.П. Проблема предсказания и уничтожения смерча / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов // Технологии гражданской безопасности. 2016. Т. 13, №1 (47). С. 70–75.
12. Крутова, И.Ю. Численное моделирование придонных частей торнадо в стационарном плоском случае / И.Ю. Крутова, О.В. Опрышко // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2016. Т. 5, №6. С. 550–557.
13. Крутова, И.Ю. Расчеты газодинамических параметров в придонной части торнадо / И.Ю. Крутова // Вычислительные технологии. 2017. Т. 22, №1. С. 17–24.
14. Баутин, С.П. Математическое обоснование влияния вращения Земли на торнадо и тропические циклоны / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2017. Т. 6, №2. С. 101–107.
15. Казачинский, А.О. Построение течений в придонной части восходящих закрученных потоков как решение одной характеристической задачи Коши / А.О. Казачинский, И.Ю. Крутова // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2017. Т. 6, №6. С. 496–502.
16. Баутин, С.П. О геометрических, скоростных и энергетических характеристиках придонных частей торнадо и тропических циклонов / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова, О.В. Опрышко // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Т. 4, №1. С. 55–67.
17. Крутова, И.Ю. Приближенный аналитический и численный расчет кинетической энергии специального потока / И.Ю. Крутова, О.В. Опрышко // Вестник Национального исследовательского ядерного университета «МИФИ». 2018. Т. 7, №4. С. 298–303.
18. Крутова, И.Ю. Возникновение закрутки газа в придонной части вос-

ходящего закрученного потока / И.Ю. Крутова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Т. 4, №3. С. 68–83.

19. Крутова, И.Ю. Таблицы геометрических, скоростных и энергетических характеристик придонных частей торнадо / И.Ю. Крутова // Вычислительные технологии. 2018. Т. 23, №5. С. 63–69.

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ

20. Крутова, И.Ю. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012619314. «Моделирование трехмерного стационарного потока идеального газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса». Автор: И.Ю. Крутова. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 16.10.2012.

21. Крутова, И.Ю. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018613844. «Tornado, stationary case». Авторы: И.Ю. Крутова, О.В. Опрышко. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 23.03.2018.

22. Крутова, И.Ю. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018619599. «Tornado, calculation tables». Автор: И.Ю. Крутова. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 08.08.2018.

23. Крутова, И.Ю. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018619601. «Tornadoes, visualization». Авторы: И.Ю. Крутова, О.В. Опрышко. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 08.08.2018.

24. Крутова, И.Ю. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018619944. «Tornado, calculation of zero coefficients of gas-dynamic parameters by the Runge-Kutta method». Авторы: И.Ю. Крутова, О.В. Опрышко. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 15.08.2018.

25. Крутова, И.Ю. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018660025. «Tornado, calculation of zero coefficients of gas-dynamic parameters by the Euler method». Авторы: И.Ю. Крутова, О.В. Опрышко. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 15.08.2018.

26. Крутова, И.Ю. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018660024. «Tornado, calculating the incoming radius». Авторы: И.Ю. Крутова, О.В. Опрышко. Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 15.08.2018.

27. Крутова, И.Ю. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018660088. «Tornadoes, calculation of the first coefficients of gas-dynamic parameters by the Runge-Kutta method and the Euler method». Авторы: И.Ю. Крутова, О.В. Опышко. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 16.08.2018.

Публикации в прочих изданиях

28. Баутин, С.П. Об одном численно-аналитическом моделировании течений газа при учете действия силы Кориолиса / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова // Краевые задачи и математическое моделирование [Текст]: тематич. сб. науч. ст.: в 3 т. Т. 1. / НФИ ГОУ ВПО «КемГУ»; под общ. ред. В.О. Каледина. – Новокузнецк, 2010. С. 36–42.

29. Баутин, С.П. Задача о плавном стоке в переменных r , t как характеристическая задача Коши стандартного вида / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2011. № 1 (9). С. 4–13

30. Баутин, С.П. Задача о плавном стоке газа в переменных t , r , φ , z при учете сил тяжести и Кориолиса / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова // Проблемы прикладной математики, механики и информатики: сб. науч. тр. / под общ. ред. С.Л. Дерябина, д-ра физ.-мат. наук. – Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2011. - Вып. 95 (178)/ 6м. – С. 16–43.

31. Крутова, И.Ю. Задача о движении газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса в окрестности непроницаемой горизонтальной плоскости / И.Ю. Крутова // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2012. № 1 (13). – Екатеринбург, Изд-во УрГУПС, 2012, С. 14–22.

32. Крутова, И.Ю. Трехмерный стационарный поток газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса в окрестности непроницаемой горизонтальной плоскости / И.Ю. Крутова // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. № 3 (15), 2012 год. – Екатеринбург, Изд-во УрГУПС, 2012, С. 16–23.

33. Крутова, И.Ю. Закрутка газа при плавном стоке в условиях действия сил тяжести и Кориолиса / И.Ю. Крутова // Краевые задачи и математическое моделирование [Текст]: тематич. сб. науч. ст. / НФИ ГОУ ВПО «КемГУ»; под общ. ред. В.О. Каледина. – Новокузнецк, 2012. – 376 с. С. 91–97.

34. Баутин, С.П. Закрутка газа вокруг нагревающегося цилиндра при учете сил тяжести и Кориолиса / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделиро-

вание. Нефть, газ, энергетика. 2015. Т. 1, №1 (1). С. 112–126.

35. Крутова, И.Ю. Численное моделирование придонных частей торнадо в стационарном плоском случае / И.Ю. Крутова, О.В. Опрышко // Неравновесные процессы в сплошных средах: материалы междунар. симп.: в 2 т. / Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2017. – Т. 2. – 264 с. С. 31–33.

36. Krutova, I.Y. Destructive atmospheric vortices and the Earth rotation around its axis / I.Y. Krutova // Proceedings of the XLV Summer School – Conference ADVANCED PROBLEMS IN MECHANICS (A P M 2 0 1 7) St.Petersburg, Russia. P. 270–273.

Основные материалы конференций

37. Баутин, С.П. Закрутка газа силой Кориолиса / С.П. Баутин, И.Ю. Крутова, А.В. Рощупкин // Международная конференция Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике, посвященная 110-летию академика М. А. Лаврентьева: тезисы докладов. 23–27 августа 2010 г. – Новосибирск, 2010. – С. 75.

38. Баутин, С.П. Математическое моделирование разрушительных природных восходящих закрученных потоков / С.П. Баутин, Е.Д. Белова, В.Е. Замыслов, И.Ю. Крутова, А.Г. Обухов // Забабахинские научные чтения: сб. тезисов XI Международной конференции. 16–20 апреля 2012.- Снежинск: Изд-во РФЯЦ-ВНИИТФ, 2012. – С. 283–284.

39. Абдубакова, Л.В. Математическое и экспериментальное моделирование восходящих закрученных потоков / Л.В. Абдубакова, С.П. Баутин, Д.Д. Баранникова, А.О. Казачинский, И.Ю. Крутова, А.В. Мезенцев, А.Г. Обухов, Е.М. Сорокина // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Аннотации докладов. (Казань, 20-24 августа 2015). – Казань: Издательство Академии наук РТ, 2015. – 319 с.

40. Kazachinsky, A.O. Calculations of three-dimensional stationary flows in lower parts of the tornado / A.O. Kazachinsky, I.Y. Krutova, O.V. Opryshko // XXXIII International Conference on Equations of State for Matter (ELBRUS 2018). March 1-6, 2018, Elbrus, Kabardino-Balkaria, Russia.

41. Казачинский, А.О. Аналитическое и численное моделирование течений в придонных частях восходящих закрученных потоков / А.О. Казачинский, И.Ю. Крутова, О.В. Опрышко // XIX Международная конференция по методам аэрофизических исследований (ICMAR 2018), 13 - 19 августа 2018 года, г. Новосибирск, Россия.

...

Подписано к печати 08.12.2018 г.
Формат бумаги $60 \times 84 \frac{1}{16}$. Бумага офсетная. Печать цифровая.
Объем усл. печ. л. 2,0. Тираж 120 экз. Заказ 63

Издательско-полиграфический отдел СФТИ НИЯУ МИФИ,
456776, г. Снежинск, ул. Комсомольская, 8