

На правах рукописи



ШЛЯПКИН АЛЕКСЕЙ СЕРГЕЕВИЧ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА
ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА С УЧЕТОМ ОСОБЕННОСТЕЙ ДВИЖЕНИЯ
ПРОПАНА В ТРЕЩИНЕ И ФИЛЬТРАЦИОННЫХ УТЕЧЕК В ПЛАСТ**

**Специальность 1.2.2. Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ**

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Тюмень – 2022

Работа выполнена на кафедре фундаментальной математики и механики
Федерального государственного автономного образовательного учреждения
высшего образования «Тюменский государственный университет»
(ФГАОУ ВО «ТюмГУ»)

Научный руководитель: **Татосов Алексей Викторович,**
доктор физико-математических наук, доцент,
ФГАОУ ВО «Тюменский государственный
университет»

Официальные оппоненты: **Хусаинов Исмагилян Гарифьянович,**
доктор физико-математических наук, профессор,
профессор кафедры прикладной информатики и
программирования, Стерлитамакский филиал
ФГБОУ ВО «Башкирский государственный
университет»

Коваленко Игорь Викторович,
кандидат технических наук,
руководитель программ развития продуктов,
ООО «Газпромнефть НТЦ»

Ведущая организация: **ООО «ТННЦ»** (Тюменский нефтяной научный
центр) (г. Тюмень)

Защита состоится «21» июня 2022 г. в 16:00 часов на заседании
диссертационного совета 24.2.418.03 при ФГАОУ ВО «Тюменский
государственный университет» по адресу: 625003, г. Тюмень, ул. Перекопская, 15а,
ауд. 410.

Телефон: 8-932-485-88-53

E-mail: a.s.shlyapkin@yandex.ru

С диссертацией можно ознакомиться в Информационно-библиотечном
центре ФГАОУ ВО «Тюменский государственный университет» и на сайте
<https://diss.utmn.ru/sovet/diss-sovet-212-274-14/zashchita/1108519/>.

Автореферат разослан «___» _____ 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.2.418.03
к. т. н., доцент



А.А. Оленников

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время большинство нефтегазовых активов имеют весьма продолжительный срок разработки, что безусловно порождает проблемы при доизвлечении из недр остаточных запасов. Осложняет процесс извлечения флюида также и сложное геологическое строение продуктивного пласта с низкими фильтрационно-емкостными свойствами, ухудшенными в процессе разработки. Одним из способов интенсификации работы скважины при добыче и закачке жидкости является гидравлический разрыв пласта (далее ГРП). Проведение ГРП на скважине позволяет расширить зону дренирования скважины, снизить влияние гидравлических сопротивлений и увеличить дебит жидкости.

Основной проблемой, влияющей на возможность изучения физических процессов, сопряженных с проведением ГРП, является малый объем априорной информации, поскольку операция проводится в пласте, часть данных косвенны.

В мировой практике при этом для увеличения успешности проведения ГРП принято опираться на результаты моделирования. Существует ряд коммерческих программных продуктов (симуляторов), которые рассчитывают параметры трещин ГРП, позволяют выдать рекомендации по оптимизации параметров при данном виде работ. Однако, большинство симуляторов относятся к программным продуктам зарубежного производства, в части из них скрыт исходный код, а техническое руководство не позволяет в полной мере оценить используемые математические модели и решения. Стоит отметить, что при введенных санкциях на государственном уровне часть симуляторов не может быть использована на территории РФ.

Учитывая тот факт, что происходит совершенствование технологии и ведутся работы в направлении импортозамещения, в частности, программных продуктов, посвященных расчету дизайнов ГРП, развитие российских аналогов является крайне важным направлением в отрасли. В основу программных продуктов (симуляторов) заложены математические модели и алгоритмы решения, на сегодняшний день ведется их доработка и совершенствование, то и задачи, поставленные перед научными работниками, не выполнены в полном объеме.

Математическая теория, описывающая вопросы, связанные с развитием трещины ГРП, имеет более чем полувековую историю, продолжает развиваться, описывает многие теоретические и практические аспекты.

Стоит отметить, что при изучении литературных источников по проведенным теоретическим и практическим исследованиям о влиянии вязкой жидкости разрыва на остаточную форму трещины не удается получить точного представления о механике данного процесса. Вопросы о значительных фильтрационных утечках

жидкости разрыва в пласт, поведении проппанта в трещине не в полной мере изучены и освещены в научных работах.

Целью диссертационной работы является создание метода моделирования, основанного на уточнении математической модели в постановке Перкинса – Керна – Норджена (далее РКН-постановке), позволяющего производить оценку геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта с учетом особенностей движения проппанта внутри трещины; создание комплекса программ на основе численной реализации уточненной математической модели. Модель должна учитывать влияние смеси частиц, ее неоднородность на процесс формирования трещины, в том числе из-за образования осадка в полости трещины по причине фильтрационных утечек жидкости разрыва в породу, гравитационного осаждения.

Задачи работы:

1) Разработка метода моделирования подачи вязкой жидкости с примесью твердых частиц (проппанта) в раскрывающуюся трещину гидроразрыва пласта с учетом потерь жидкости на просачивание в пористую среду и осаждение взвешенных частиц под действием силы тяжести;

2) Разработка эффективного вычисленного метода для решения задачи гидроразрыва в одномерной математической постановке;

3) Реализация полученного численного метода на основе уточненной математической модели подачи вязкой жидкости с примесью твердых частиц в раскрывающуюся трещину ГРП в виде комплекса программ;

4) Проведение вычислительного эксперимента с целью проверки функциональных возможностей комплекса программ при моделировании гидроразрыва, проведенного на реальном месторождении;

5) Оценка адекватности результатов проведенного эксперимента в сравнении с результатами, полученными на коммерческом зарубежном аналоге.

Научная новизна присутствует в трех областях исследования научной специальности 1.2.2, а именно в области:

Математического моделирования.

Пункт 2. Качественные или аналитические методы исследования математических моделей.

1) Предложен метод моделирования процесса формирования и закрепления трещины гидроразрыва под влиянием расклинивающей вязкой жидкости с примесью частиц, основанный на математической модели в РКН-постановке, учитывающей фильтрационные утечки жидкости разрыва в пласт и осаждение частиц подаваемой смеси в результате прилипания к стенкам трещины, падения взвешенных частиц под воздействием силы тяжести. В отличие от подхода, рассматриваемого в известных моделях, формирование осадка рассматривается как совокупность процессов, связанных с утечками и гравитационным осаждением

частиц. Движение фронта частиц проходит в области, свободной от осадка. Предложен альтернативный подход к рассмотрению модели для случая жидкости разрыва значительной вязкости и крупных взвешенных частиц, сопоставимых со средней шириной трещины.

2) Разработан метод математического моделирования, в основу которого положено рассмотрение модели в постановке Перкинса – Керна – Норджена, дополненная уравнениями движения и неразрывности из представления Христиановича. Оригинальность заключается в том, что введение уравнения неразрывности для нестационарного случая позволило рассмотреть случаи сильных фильтрационных утечек, оказывающих значительное влияние на продолжительность роста трещины;

Численных методов.

Пункт 5. Эффективные вычислительные методы и алгоритмы с применением современных компьютерных технологий.

3) Предложена явная конечно-разностная схема, дополненная критерием остановки роста трещины. С ее помощью найдены численные решения для полной системы дифференциальных уравнений, описывающей процесс формирования трещины гидроразрыва под влиянием закачки вязкой жидкости в изотропный пласт при постоянном расходе. Данный режим закачки соответствует реальному режиму при проведении гидроразрыва. Используемая численная схема позволяет оптимизировать процесс расчета с позиции машинного времени при реализации архитектуры «клиент–сервер». Ключевое отличие представленной численной схемы от существующих заключается в представленном критерии остановки роста трещины, который предполагает отсутствие свободной от осадка области.

4) Численно определены геометрические параметры трещины при различных режимах закачки и концентрации закачиваемой смеси. Введение понятия свободной от осадка области позволило оценить среднюю толщину трещины в условиях быстрого перемешивания, а также прилипания частиц к берегам трещины.

Комплексов программ.

Пункт 6. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.

5) Создан и сертифицирован комплекс программ «TSH FRAC Программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятий и оценке рисков», получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020619401 от 17.08.2020.

Комплекс программ позволяет сформировать на основе проведенных вычислений отчет, получить рекомендации по проведению мероприятий для увеличения их успешности, оценить возможные риски не достижения проектных параметров трещины гидроразрыва.

Предложен подход определения удельной стоимости, позволяющий спрогнозировать затраты для различных видов гидроразрыва пласта.

На основе стоимости одной скважино-операции гидроразрыва пласта в динамике по годам могут быть рассчитаны затраты, которые потребуется учесть в денежном потоке при выполнении оценки экономической эффективности ГРП. Для обоснования принадлежности TSH FRAC к комплексам программ требуется ссылка на ГОСТ 19.101-77 «Виды программ и программных документов». Согласно указанному документу под комплексом программ понимается программа, состоящая из двух и более компонентов, выполняющих взаимосвязанные функции, применяемая самостоятельно или в составе другого комплекса. Исходя из ст. 1261 ГК РФ и указанного ГОСТа формулируется вывод, что программы образуют программный комплекс только при условии того, что они нацелены на выполнение взаимосвязанных функций, приводящих к достижению искомого результата. Для представленного программного продукта TSH FRAC указанное условие выполняется как с точки зрения многопрофильного использования (инженерное и экономическое сопровождение), так и реализованной архитектуры «Клиент-Сервер».

Практическая ценность результатов работы

Изучение эффектов, связанных с поведением проппанта в трещине, при фильтрации жидкости разрыва в пласт позволяет рассчитать ее окончательную форму, в особенности параметр средней ширины, что увеличивает точность в последующем расчете продуктивности воссозданной трещины гидроразрыва. Уточнение геометрических параметров на стадии проектирования позволяет снизить технологические риски, связанные с не достижением проектных размеров трещины; экономические риски, сопряженные с эффективностью мероприятия.

Уточненная математическая модель, предложенная в настоящей диссертационной работе, и созданный на ее основе комплекс программ TSH FRAC используются при выполнении экспресс-расчетов при подборе скважин-кандидатов для проведения ГРП в Филиале ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть в г. Тюмени (акт внедрения от 21.08.2021).

Основные положения, выносимые на защиту

1) Метод моделирования процесса формирования и закрепления трещины гидроразрыва под влиянием расклинивающей вязкой жидкости с примесью частиц, основанный на математической модели в PKN-постановке, которая учитывает:

- влияние вязкости закачиваемой смеси на поведение проппанта в трещине;
- влияние интенсивности фильтрационных утечек жидкости разрыва в пласт;
- взаимодействие частиц проппанта со стенкой трещины и процесс гравитационного осаждения взвешенных частиц.

2) Явная конечно-разностная схема, дополненная критерием остановки роста трещины. С ее помощью найдены численные решения для полной системы дифференциальных уравнений, описывающей процесс формирования трещины гидроразрыва под влиянием закачки вязкой жидкости в изотропный пласт при постоянном расходе.

3) Созданный на основе уточненной математической модели в PKN-постановке комплекс программ «TSH FRAC Программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятий и оценке рисков» (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020619401 от 17.08.2020).

Достоверность результатов обусловлена корректностью постановки задачи, а также тем, что метод моделирования, основан на уточненной математической модели формирования трещины гидроразрыва при закачке вязкой жидкости разрыва с примесью твердых частиц, которая базируется на основных уравнениях гидродинамики, а также на известных, ставших классическими, математических моделях в представлениях Христиановича–Гирстма–де Клерка и Перкинса–Керна–Нордгрена.

Дополнительно выполнен ряд вычислительных экспериментов, результаты которых прошли проверку с использованием коммерческого программного продукта FRACPRO, предназначенного для проектирования и инженерного сопровождения гидроразрыва пласта. Отмечается высокая сходимость результатов в сравнении с результатами, полученными на коммерческом аналоге.

Апробация работы

Основные результаты, полученные в настоящей диссертационной работе, были представлены в виде докладов на следующих конференциях:

- XVIII конференция молодых ученых и специалистов Филиала ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть» в г. Тюмени (Тюмень, 2018 г.), диплом в номинации «Самая обсуждаемая работа»;
- VIII конференция молодых ученых и специалистов и VIII конкурс ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» на лучшую техническую разработку молодых ученых и специалистов за 2017 год (Москва, 2018 г.);
- XVIII конференция молодых специалистов, работающих в организациях, осуществляющих деятельность, связанную с использованием участков недр на территории ХМАО-Югры (Ханты-Мансийск, 2018 г.), диплом призера;

- XII НПК «Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки и обустройства месторождений» (С-Петербург, 2019 г.);
- заседание секции и Бюро Ученого совета Филиала ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть» в г. Тюмени "Разработка месторождений, методы ПНП, экономика" (Тюмень, 2018-2020 гг.);
- международная НПК студентов, аспирантов и молодых ученых «Новые технологии – нефтегазовому региону» (Тюмень, 2020 г.), диплом II степени;
- НПК «Цифровые технологии в добыче и переработке углеводородов: от моделей к практике» (Уфа, 2020 г.);
- XXIV НПК «Пути реализации нефтегазового потенциала Западной Сибири» (Тюмень, 2020 г.);
- НПК «ЦТ в добыче углеводородов: от моделей к практике» (Москва, 2021 г.);
- международная НПК студентов, аспирантов и молодых ученых «Новые технологии – нефтегазовому региону» (Тюмень, 2021 г.), диплом I степени.

Публикации

По результатам диссертационного исследования опубликованы 18 работ, в том числе 3 работы в изданиях, включённых в Перечень ВАК РФ, 2 работы входят в список проиндексированных базами данных Web of Science, Scopus, получено 1 свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

Материалы диссертационной работы обсуждались на 11 конференциях, из них 2 – международного и 5 – всероссийского уровней. Общий объем научных изданий 6,27 п.л., из них вклад автора – 3,74 п.л.

Личный вклад автора

Результаты, полученные по итогам диссертационного исследования, автором получены самостоятельно. Автор самостоятельно проводил математические выкладки, составил вычислительный алгоритм на основе полученной математической модели и комплекс программ TSH FRAC, на котором производил расчеты. Автор принимал участие в написании статей для публикации в журналах (ВАК, Web of Science и Scopus) и участвовал в качестве докладчика в конференциях по теме диссертационной работы.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка цитируемой литературы и 11 приложений. Объем диссертации составляет 139 страниц машинописного текста, включая 51 рисунок и 4 таблицы. Список используемой литературы содержит 158 источников.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы исследований, сформулированы цели и задачи, изложена научная новизна и практическая значимости работы. Кратко изложено содержание диссертации по главам.

В первой главе приведен обзор существующих математических моделей, описывающих процесс зарождения, формирования и развития трещины гидроразрыва пласта (далее ГРП).

Априорная информация о развитии трещины и ее параметрах труднодоступна, при проведении ГРП логично опираться на результаты моделирования. Сложность происходящих в пласте процессов (деформации), их нелинейность и сильное взаимное влияние большого ряда факторов делают затруднительным создание единой модели. В общем случае для описания геометрии трещины требуется учет следующих факторов: напряженно-деформированного состояния; влияния состояния скважины и перфорации; конструкции оборудования и режимов закачки жидкости разрыва; состава и свойств породы; учета собственной трещиноватости породы. Существующие программные продукты и симуляторы, позволяющие рассчитывать геометрические параметры трещины ГРП, работают с различными одномерными, двумерными, трехмерными и псевдотрехмерными математическими моделями.

Стоит отметить, что теоретические аспекты, описывающие формирование трещин разрыва, были приведены еще в середине XX столетия. Выделяются работы Христиановича и Желтова (1955 г.), в последующем – Гирстма и де Клерка (далее KGD), а также труды Перкинса, Норджена и Керна (1961 г.). (далее PKN). Данные работы положили начало в развитии аналитических методов, описывающих трещины ГРП, их результаты, по сути, являются фундаментальными.

Нелинейность уравнений, используемых для описания процесса зарождения, развития и формирования остаточной формы трещины, накладывает существенные ограничения на применение численных схем, применяемых для решения этих уравнений, в силу плохой сходимости, что приводит к существенному упрощению вычислений.

В одномерной постановке устанавливается связь между давлением в трещине и ее шириной, эти параметры связаны между собой алгебраически или интегрально. При повышении размерность модели решение задачи сводится к разрешению системы дифференциальных уравнений теории плоских деформации.

Наиболее сложные варианты с использованием трехмерных моделей позволяют точнее описать процесс развития трещины, спрогнозировать направление ее развития, однако, на сегодняшний день используются редко в виду

сложности вычислительных алгоритмов и сильной нелинейности. На практике чаще применяются так называемые псевдотрехмерные модели, в которых геометрия трещины описывается все тем же плоским сечением.

Проведенный анализ позволил выявить аспекты, требующие более детального изучения, а именно вопросы, связанные с описанием утечек в пласт и особенности поведения проппанта в трещине при этом.

На основе проведенного обзора сформулированы цели и задачи настоящей диссертационной работы.

Во второй главе приводится разработанный в рамках диссертационного исследования метод моделирования процесса образования трещины гидроразрыва пласта, основанный на математической модели, описывающей течение технологически неоднородной вязкой жидкости разрыва с примесью твердых частиц в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта. Приводится вывод основных уравнений с учетом специфики проводимого исследования.

Представленная математическая постановка позволяет описывать трещины гидроразрыва, инициируемые на значительной глубине, что в большинстве случаев определяет их вертикальную ориентацию в пространстве.

Будем считать, что трещина симметрична относительно оси скважины, в дальнейшем при анализе будет упоминаться лишь одно крыло трещины. При этом проекцию на плоскость Oxy будем понимать в контексте задачи Христиановича (рис. 1).

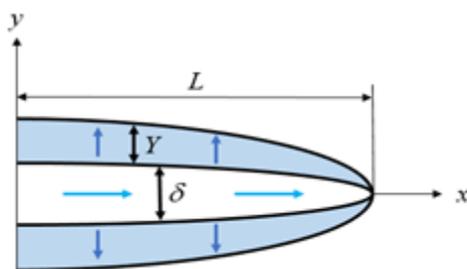


Рис. 1 – Схематическое представление трещины с зоной пропитки в плоскости

На рис. 1: δ – средняя ширина трещины, м; а Y – глубина зоны пропитки в пористой среде, которую под воздействием градиента давления способна фильтроваться жидкость разрыва, м.

Движение жидкости с примесью твердых частиц вдоль трещины описывается в односкоростном квазиодномерном приближении, параметры потока смеси неизменны по поперечному сечению. Из постановки задачи в PKN-модели, используя также определение формы трещины для плоских задач из теории упругости, введем связь избыточного давления p со средней шириной δ трещины:

$$p = b\delta, \quad b = \frac{4\mu_{\sigma}}{\pi(1 - \nu_{\sigma})h}, \quad (1)$$

где ν_σ – коэффициент Пуассона; μ_σ – модуль сдвига материала. В рассматриваемом случае в силу предположения об изотропности среды коэффициент b будем считать постоянным.

На носике трещины, в приближении Перкинса, избыточное давление равно нулю, что соответствует нулевому раскрытию трещины:

$$x = L(t): p = 0. \quad (2)$$

В процессе подачи проппанта происходит осаждение частиц. Площадь поперечного сечения полости есть $S = \delta h$. Выделяется часть сечения свободной от осадка, ширина сечения обозначена ε . В данном случае площадь свободной области запишется как $s = \varepsilon h$ (рис. 2)

Скорости движения жидкости и взвешенных частиц в направлении распространения трещины равны. Движение жидкости в трещине осуществляется только по свободной от осадка области, изображенной на рис. 2.

Уравнение неразрывности, отражающее сохранение общего объема смеси в указанной области, запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(su)}{\partial x} = -f, \quad (3)$$

где u – средняя скорость потока смеси в свободной области, f – величина интенсивности потерь жидкости гидроразрыва через боковую стенку трещины.

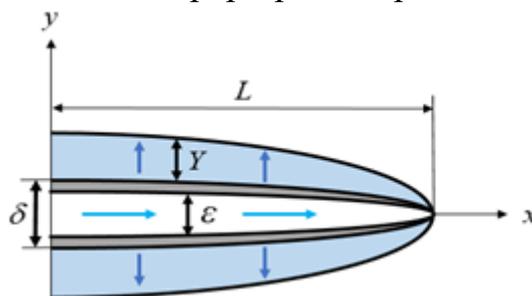


Рис. 2 – Схематическое представление трещины с изображением свободной области

Далее приводится описание жидкости, подаваемой в трещину. Через α_1 и α_2 обозначены объемные доли жидкости гидроразрыва и частиц в подаваемой смеси, ($\alpha_1 + \alpha_2 = 1$); α_* – объемное содержание дисперсной фазы в осевшем слое у берегов трещины. Условие сохранения объема частиц, используя (3), запишется:

$$\frac{\partial(\alpha_*(S - s) + \alpha_2 s)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_2 su)}{\partial x} = 0. \quad (4)$$

Уравнение переписывается с учетом обозначения $\alpha_1 = \alpha_2 / \alpha_*$:

$$\frac{\partial(S - s + \alpha s)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha su)}{\partial x} = 0. \quad (5)$$

Фильтрация жидкости в пористую среду описывается с применением гипотезы плоских сечений: жидкость гидроразрыва просачивается в пористую среду только по нормали к трещине. При этом скорость просачивания будет

зависеть от выбора сечения вдоль трещины. Вязкость жидкости пласта считается малой в сравнении с вязкостью жидкости разрыва. В среднем по сечению:

$$v_n = v_n(x, t), \quad \frac{\partial p_{kr}}{\partial y} = -\frac{\eta}{k} v_n \quad (6)$$

где p_{kr} – избыточное давление жидкости в породе, превышающее прочность ее разрыва, k – проницаемости породы, η – вязкость жидкости разрыва, v_n – скорость фильтрации через боковую поверхность трещины. Граничные условия:

$$0 \leq y \leq Y, \quad p_{kr}(0) = p, \quad p_{kr}(Y) = 0. \quad (7)$$

С учетом приведенных граничных условий выражение для скорости:

$$v_n = \frac{k p}{\eta Y}. \quad (8)$$

Учитывая различие физической скорости v_r и скорости фильтрации, глубина зоны пропитки Y определяется следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = v_r, \quad v_n = \beta v_r, \quad (9)$$

где β – объемное содержание жидкости гидроразрыва в пласте.

Выражения справедливы для описания процесса фильтрации жидкости разрыва в породе через одну боковую поверхность трещины, интенсивность полной утечки с учетом предполагаемой симметрии запишется в виде:

$$f = 2h v_n. \quad (10)$$

Рост осадка определяется сразу двумя процессами, проходящими в процессе движения жидкости разрыва по трещине: падением взвешенных частиц под действием силы тяжести; накоплением частиц в пристеночной области трещины за при просачивании жидкости гидроразрыва в пористую среду.

Параметр w_g скорость падения частиц смеси – скорость приближения взвешенных частиц к частицам, сформировавшим верхний слой осадка в нижней части трещины. Условие равенства потоков дисперсной фазы по обе стороны от контактной поверхности Π :

$$\alpha_2(w_g + w_s) = \alpha_* w_s, \quad (11)$$

под w_s понимается скорость движения контактной поверхности Π относительно близлежащих к ней частиц осадка. Скорость роста объема осадка, отнесенная к единице длины трещины, определяется равенством:

$$\delta w_s = \frac{\alpha \delta w_g}{1 - \alpha}. \quad (12)$$

Интенсивность потерь жидкости гидроразрыва за счет протекания в породе определена выражением равенства потоков, при этом единицу объема смеси формируется из объема осадка α и объема жидкости $(1 - \alpha)$, просочившейся в

пористую среду. Скорость роста объема осадка за счет просачивания жидкости гидроразрыва в пористую среду будет определяться выражением $(\alpha/(1-\alpha))f$.

Учитывая полученные выражения и уравнение (5), выражение определяющее процесс формирования осадка имеет вид:

$$\frac{\partial(S-s)}{\partial t} = \frac{1}{1-\alpha}(2hv_n + \delta w_g). \quad (13)$$

Существенным упрощением, соответствующим одномерной постановке, является усреднение объемного содержания взвешенных частиц по поперечному сечению. Этому способствует стекание дисперсной фазы по стенкам трещины и значительное искривление линий тока в окрестности ее носика.

Инерционное слагаемое полагается бесконечно малым и не оказывающим существенное влияние на движение жидкости. Уравнение количества движения:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{12\eta_\alpha}{\varepsilon^2}u, \quad (14)$$

где η_α – вязкость смеси. Все приведенные выше уравнения движения имеют место лишь при условии существования свободной от осадка области течения. Иначе движение смеси отсутствует, избыточное давление устремляется к нулю.

С учетом указанных допущений и выкладок запишется основная система уравнений в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} &= -2v, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} &= -\frac{2}{1-\alpha}v - \frac{\alpha}{1-\alpha}w, \\ \frac{\partial(\alpha \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \varepsilon u)}{\partial x} &= -\frac{2\alpha}{1-\alpha}v - \frac{\alpha}{1-\alpha}w, \\ u &= -\frac{b}{12\eta_\alpha}\varepsilon^2\frac{\partial \delta}{\partial x}, \\ \frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{v}{\beta'} \end{aligned} \quad (15)$$

где параметры v и w отличны от нуля лишь в области, свободной от осадка:

$$v = \begin{cases} v_n, & \varepsilon > 0 \\ 0, & \varepsilon = 0, \end{cases} \quad (16)$$

$$w = \begin{cases} \frac{\delta}{h}w_g, & \varepsilon > 0 \\ 0, & \varepsilon = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Параметр v_n определяется следующим аналитическим выражением:

$$v_n = \frac{kb\delta}{\eta Y}. \quad (18)$$

Аппроксимируя параметр w_g :

$$w_g = \frac{(1 - \alpha_* \alpha) \eta}{\eta_\alpha} w_{g0}, \quad w_{g0} = \frac{2(\rho_p - \rho_l) g r^2}{9\eta}, \quad \eta_\alpha = \eta(1 - \alpha)^{-m}, \quad (19)$$

где ρ_p, ρ_l – плотности частиц пропанта и жидкости гидроразрыва соответственно; g – ускорение свободного падения; r – радиус частиц; принимаем $\alpha_* = 1, m = 1.82$.

Для системы (15) определим условие на носике трещины:

$$x = L(t): \delta = 0 \quad (20)$$

и граничное условие на входе в трещину.

$$q(0, t) = \varepsilon(0, t) u(0, t) = Q(t)/h, \quad \alpha(0, t) = A(t). \quad (21)$$

К основному преимуществу уточненной модели стоит отнести возможность учета фактора влияния фильтрационных утечек в породе, осаждения взвешенных частиц на процесс формирования трещины, учет технологической неоднородности смеси.

Модель позволяет произвести оценку возможных осложнений, связанных с возникновением пропантовых пробок. Установлена связь между величиной объемного содержания частиц в смеси, скоростью их падения, средней скоростью и протяженностью роста самой трещины при разных режимах закачки.

Дополнительно рассмотрен вариант модели при моделировании закачки геля значительной вязкости без образования «пристеночного» слоя прилипших частиц. Система уравнений (15) с учетом принятого выше допущения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} &= -2v, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} &= -2v - \frac{\alpha}{1 - \alpha} w, \\ \frac{\partial(\alpha \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \varepsilon u)}{\partial x} &= -\frac{\alpha}{1 - \alpha} w, \\ u &= -\frac{b}{12\eta_\alpha} \delta^2 \frac{\partial \delta}{\partial x}, \\ \frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{v}{\beta}. \end{aligned} \quad (22)$$

Выражения (16)-(21) в данной постановке задачи неизменны. При достижении α максимального значения свободная область исчезает ($\varepsilon = 0$).

В разделе приводится сравнительный анализ результатов расчетов, выполненных для жидкостей разрыва различной вязкости, принятых значениями $\eta = (40, 75, 125) \cdot 10^{-3}$ Па·с (рис. 3). Закачка производится при постоянном расходе на входе в трещину – 3,5 м³/мин. Параметры породы, принятые в расчете: проницаемость – 3,2·10⁻¹⁵ м²; пористость – 0,155 д.ед.; коэффициент Пуассона – 0,25; модуль сдвига материала – 8,5·10⁹ Па.

Показано, что в случае невысоких фильтрационных утечек, а, следовательно, высокой эффективности жидкости разрыва наблюдается изменение формы трещины в окрестности ее «носика». Что связано с изменением концентрации частиц в указанной области.

Сравниваются геометрические параметры трещины, полученные на моделях (15), (22). Далее по тексту модель (15) принимается «базовой», (22) – «дополнительной». Кривые на графиках соответствуют состояниям в моменты времени $t = 7, 14, 21, 28, 35$ (время указано в минутах), которые для определенности обозначены как T1, T2, T3, T4, T5. Итоговая (закрепленная) ширина трещины обозначена красным цветом (момент времени T5).

Отмечается, что при низкой несущей способности жидкости «дополнительная» модель дает худшие результаты с позиции оценки профиля трещины. Этот факт объясняется тем, что предположение о движении всего фронта частиц в трещине (в том числе в пристеночной области) при интенсивных утечках в пласт дает быстрый рост концентрации (нанос проппанта) в носовой ее части, что блокирует ее рост.

По мере увеличения вязкости жидкости отмечается, что дополнительная модель дает кондиционные результаты: при повышении вязкости несущей жидкости снижается интенсивность осаждения частиц под действием сил гравитации, как и интенсивность утечек в пласт, что приводит к увеличению протяженности трещины.

Границами применимости дополнительной модели служит величина вязкости жидкости разрыва, что на практике не позволяет производить оценку при проведении ГРП на основе линейного геля. При этом указанная модель может быть использована при моделировании ГРП с закачкой проппанта с частицами более $1 \cdot 10^{-3}$ м. Размер частиц сопоставим с шириной трещины ($3-4 \cdot 10^{-3}$ м). Справедливо утверждение о том, что частица крупных размеров на шероховатой стенке при наличии малой фильтрации в породе продолжит поступательное движение вдоль трещины.

В третьей главе описывается дискретизация системы уравнений из главы 2. Выбор данной схемы обусловлен особенностями реализации комплекса программ TSH FRAC, связанными с серверными вычислениями, что в данном случае упрощает «распараллеливание» схемы при выполнении вычислений. Известно, что накладываемое на явную схему условие устойчивости потребует уменьшения шага интегрирования, однако, в случае выполнения вычислений на высокопроизводительном сервере данное обстоятельство не является критичным.

Пространственный шаг – Δx , шаг по времени – Δt , число Куранта – $Kr = \Delta t / \Delta x$. Сеточные функции средней ширины трещины, ширины свободной области, концентрации частиц и глубины пропитки на временном слое «j»:

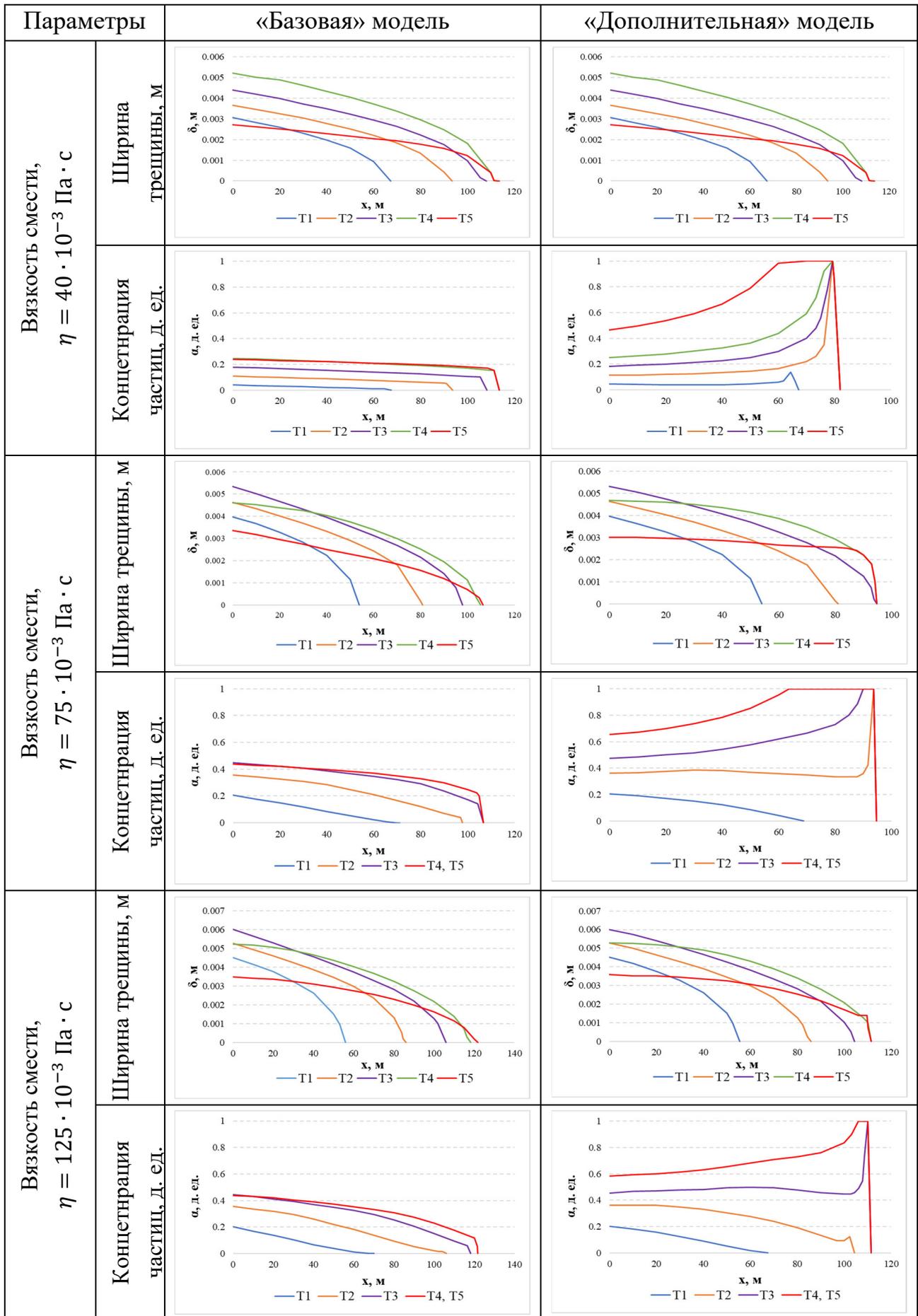


Рис. 3 – Результаты вычислительного эксперимента

$$\delta_i^j, \varepsilon_i^j, \alpha_i^j, Y_i^j; \quad (23)$$

функция потока аппроксимируется со смещением на полшага, что является довольно распространенным приемом, влияющим на устойчивость:

$$q_{k+1/2}^j. \quad (24)$$

Функции скорости утечки жидкости гидроразрыва в породе и скорости гравитационного осаждения частиц смеси определены следующим образом:

$$v_i^j = \begin{cases} \frac{kb}{\eta} \frac{\delta_i^j}{Y_i^j}, \varepsilon_i^j > 0; \\ 0, \varepsilon_i^j = 0 \end{cases}; \quad (25)$$

$$w_i^j = \begin{cases} \frac{1}{h} \delta_i^j (1 - \alpha_* \alpha_i^j) (1 - \alpha_i^j)^m w_{g0}, \varepsilon_i^j > 0; \\ 0, \varepsilon_i^j = 0 \end{cases}. \quad (26)$$

Общий поступательный поток смеси запишется выражением:

$$q_{i+1/2}^j = -\frac{b}{12\eta} \left(1 - \frac{\alpha_{i+1}^j + \alpha_i^j}{2}\right)^m \left(\frac{\varepsilon_{i+1}^j + \varepsilon_i^j}{2}\right)^3 \frac{\delta_{i+1}^j - \delta_i^j}{\Delta x}, \quad (27)$$

в граничном узле $q_{1/2}^j$ и α_0^j – есть заданные функции времени.

Далее осуществляется переход на новый временной слой « $j + 1$ ». Определение ширины трещины, ширины свободной области и объемное содержание взвешенных частиц выполнено соответственно:

$$\begin{aligned} \delta_i^{j+1} &= \delta_i^j - Kr(q_{i+1/2}^j - q_{i-1/2}^j) - 2v_i^j \Delta t, \\ \varepsilon_i^{j+1} &= \varepsilon_i^j - Kr(q_{i+1/2}^j - q_{i-1/2}^j) - \frac{2}{1 - \alpha_i^j} v_i^j \Delta t - \frac{\alpha_i^j}{1 - \alpha_i^j} w_i^j \Delta t, \\ \alpha_i^{j+1} \varepsilon_i^{j+1} &= \alpha_i^j \varepsilon_i^j - Kr \left(\frac{\alpha_{i+1}^j + \alpha_i^j}{2} q_{i+1/2}^j - \frac{\alpha_{i+1}^j + \alpha_i^j}{2} q_{i-1/2}^j \right) - \\ &\quad - \frac{2\alpha_i^j}{1 - \alpha_i^j} v_i^j \Delta t - \frac{\alpha_i^j}{1 - \alpha_i^j} w_i^j \Delta t. \end{aligned} \quad (28)$$

В дальнейшем осуществляется переход на следующий временной слой и процедура повторяется. Коэффициенты определяются для слоев с l -го по $(N-l)$ -й.

Используемая разностная схема со смещенными потоками $\delta_i^j, q_{i+1/2}^j, \dots$; аппроксимирует систему уравнений с точностью $O(\Delta t + (\Delta x)^2)$.

Для исследования устойчивости схемы применяется метод гармоник. Анализ проводится для линеаризованной постановки, границу отодвигается на бесконечность и полагается отсутствие фильтрации в породе. Разностные уравнения и уравнение примут вид:

$$q_{k+1/2}^j = -a^2 \frac{\delta_{k+1}^j - \delta_k^j}{\Delta x},$$

$$\delta_k^{j+1} = \delta_k^j - Kr(q_{k+1/2}^j - q_{k-1/2}^j), \quad (29)$$

что сводится к разностному уравнению:

$$\frac{\delta_k^{j+1} - \delta_k^j}{\Delta t} = a^2 \frac{\delta_{k+1}^j - 2\delta_k^j + \delta_{k-1}^j}{(\Delta x)^2}, \quad a^2 > 0. \quad (30)$$

К рассмотрению принимаются частные разностные решения вида

$$\delta_k^j = \delta_0 + \delta_m q^j \xi^k, \quad (31)$$

где $\xi = e^{i\varphi}$; δ_m – амплитуда гармоники, i – мнимая единица, φ – произвольное действительное число, $q(\varphi)$ – комплексное число, подлежащее определению. Для пространственной периодичности полагается $\varphi \neq 0$.

В результате может быть записано однородное уравнение:

$$\frac{q^{j+1} \xi^k - q^j \xi^k}{\Delta t} = a^2 \frac{q^j \xi^{k+1} - 2q^j \xi^k + q^j \xi^{k-1}}{(\Delta x)^2}, \quad (32)$$

или иначе

$$\frac{q - 1}{\Delta t} = a^2 \frac{\xi - 2 + 1/\xi}{(\Delta x)^2}. \quad (33)$$

Учитывая, что

$$\xi = e^{i\varphi}, \quad \xi^{-1} = e^{-i\varphi},$$

правая часть (33) запишется:

$$\frac{\xi - 2 + \xi^{-1}}{(\Delta x)^2} = \frac{e^{i\varphi} - 2 + e^{-i\varphi}}{(\Delta x)^2} = \frac{2 \cos \varphi - 2}{(\Delta x)^2} = \frac{-4 \sin^2(\varphi/2)}{(\Delta x)^2} = -k^2 < 0, \quad (34)$$

где k – некоторое действительное число, не равное нулю, (33) с учетом (34):

$$q = 1 - a^2 k^2 \Delta t, \quad (35)$$

так что при достаточно малом Δt видно, что $|q| < 1$, это означает «устойчивость» представленной численной схемы (гармоники со временем затухают).

Условие устойчивости может быть получено из выражения (36), для этого (35) следует переписать в виде:

$$q = 1 - 4ra^2 \sin^2(\varphi/2), \quad r = \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (36)$$

Спектр оператора послыоного перехода для (30) расположен на отрезке $[1 - 4ra^2; 1]$ (рис. 4).

Условие устойчивости требует выполнение неравенства:

$$1 - 4ra^2 \geq -1, \quad r \leq \frac{1}{2a^2}, \quad \Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2a^2}. \quad (37)$$

В главе также показано, что для рассматриваемой в главе 2 системы уравнения существуют автомодельные решения степенного вида.

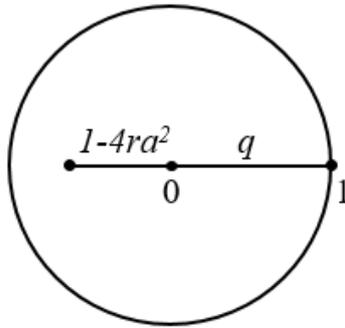


Рис. 4 – Спектр оператора

В **четвертой главе** приводится описание созданного комплекса программ.

Комплекс программ создан с использованием языка программирования C#. Произведена государственная регистрация комплекса, получено свидетельство о регистрации программы для ЭВМ «TSH FRAC Программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины при проведении гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятия и оценки рисков» (свидетельство № 2020619401 от 17.08.2020). Комплекс предназначен для выполнения экспресс-оценки параметров трещины ГРП, определения затрат на проведение, учета возможных рисков, осложнений при проведении мероприятия. Расчетные данные могут быть визуализированы, выгружены в виде таблиц, рисунков, сводных отчетов.

При реализации использована архитектура «Клиент-Сервер». Клиентская часть (Клиент) позволяет сформировать параметры и отправить их в виде запроса на вычисление Серверу вычислений, принять и визуализировать ответ — результат вычисления. Сервер вычислений принимает запросы на вычисление от Клиентов, и для каждого такого запроса формирует вычислительный поток в пуле потоков.

К достоинствам подобной архитектуры можно отнести:

1. снижение требований к производительности персонального компьютера (далее ПК) инженеров;
2. возможность модернизации системы при изменении потребностей;
3. простоту распараллеливания вычислений.

Для обоснования принадлежности TSH FRAC к комплексам программ необходимо обратиться к ГОСТу 19.101-77 «Виды программ и программных документов». Согласно документу, под комплексом понимается программа, состоящая из двух и более компонентов, выполняющих взаимосвязанные функции, применяемая самостоятельно или в составе другого комплекса.

Исходя из ст. 1261 ГК РФ и указанного ГОСТа можно сделать вывод, что программы образуют комплекс программ только при условии того, что они нацелены на выполнение взаимосвязанных функций, приводящих к достижению искомого результата. Для TSH FRAC указанное условие выполняется:

многопрофильное использование (инженерное и экономическое сопровождение, архитектура «Клиент-Сервер»). Вышеуказанное обстоятельство позволяет сделать вывод о том, что TSH FRAC является комплексом программ.

Произведено сравнение расчетных показателей в сравнении с результатами, полученными на зарубежном аналоге FRACPRO. Отмечается высокая степень сходимости. При этом расчет в TSH FRAC позволяет уточнить параметр средней ширины, что повышает точность оценки при расчете продуктивности трещины. Общая структура комплекса представлена в виде блок-схемы на рис. 5.

В рабочее окно программы загружаются (в системе СИ):

- параметры жидкости разрыва и пропантов: тип, масса и концентрация;
- параметры пласта: литология, отметки глубин, модуль Юнга, коэффициент Пуассона, проницаемость пласта, пористость пласта;
- программа закачки: время закачки оторочки, общее время закачки, расход жидкости разрыва, время продавки, начальная и конечная концентрации;
- удельные нормативы стоимости: компонент, подготовки смеси, оборудования, проведения отдельных операций, транспортировки, оплаты труда, замены насосного оборудования.

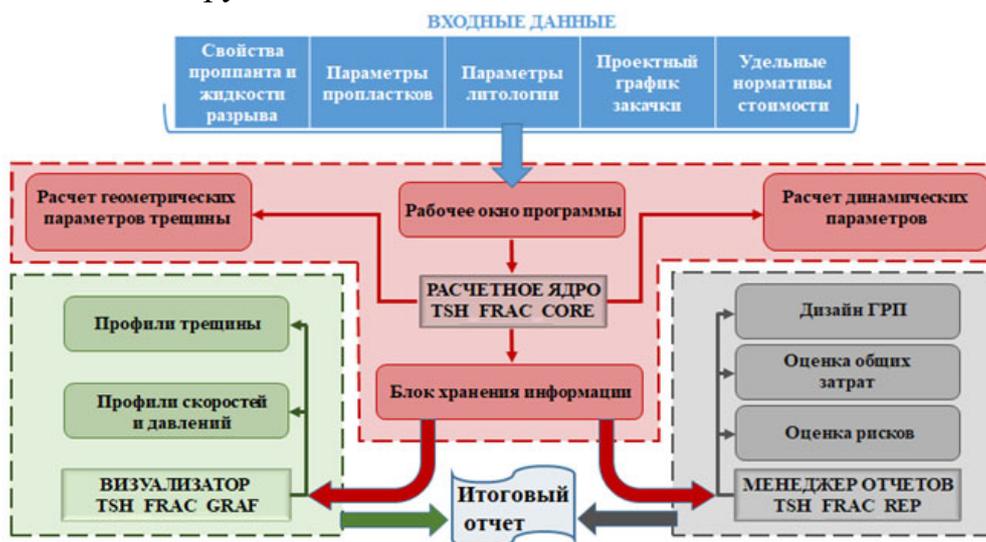


Рис. 5 – Схематическое представление модульной структуры комплекса программ TSH FRAC

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1) Разработан метод моделирования процесса формирования и закрепления трещины гидроразрыва под влиянием расклинивающей вязкой жидкости с примесью частиц, основанный на математической модели в PKN-постановке, учитывающая фильтрационные утечки жидкости разрыва в пласт и осаждение частиц подаваемой смеси. Оригинальность метода заключается в том, что процесс формирования осадка рассматривается как совокупность процессов, связанных с утечками и гравитационных осаждением частиц. Предложен

альтернативный подход к рассмотрению математической модели для случая жидкости разрыва значительной вязкости и крупных взвешенных частиц, размеры которых сопоставимы со средней шириной трещины

2) Найдены новые численные решения уточненной системы уравнений с использованием явной конечно-разностной схемы, особенность которой заключается в критерии остановки роста трещины, предполагающем отсутствие свободной от осадка области. Представленный в работе подход позволяет работать с технологически неоднородными жидкостями разрыва при проведении операции на скважине; проводить оценку возможных осложнений, связанных с возникновением пропантных пробок; уточнить профиль закрепленной трещины, влияющий на оценку ее продуктивности.

3) Создан и сертифицирован комплекс программ «TSH FRAC Программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятий и оценке рисков», получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020619401 от 17.08.2020. Комплекс имеет перспективы развития и может служить инструментом для анализа проводимых мероприятий, связанных с созданием трещин ГРП, использоваться при инженерном сопровождении в инжиниринговых компаниях.

4) Установлена связь между параметрами подаваемой смеси, фильтрационными потерями жидкости гидроразрыва и протяженностью роста трещины при разных режимах закачки. Полученная информация позволит сформировать рекомендации при проведении реальной операции ГРП. Результаты проведенного исследования могут быть использованы в инженерной практике при осуществлении экспресс-оценки геометрических параметров трещины гидроразрыва, что позволит снизить трудозатраты и повысить успешность при проведении операции на скважине.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ:

1. *Татосов, А.В.* Движение пропантанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта / А.В. Татосов, А.С. Шляпкин // Изв. Саратовского ун-та. Новая серия. Математика. Механика. Информатика. – 2018. – Т. 18. – № 2. – С. 217-226. (Web of Science)

2. *Шляпкин, А.С.* О проведении экспресс-оценки геометрических параметров закрепленной на пропанте трещины гидроразрыва пласта методами математического моделирования / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2020. – Т. 6. – № 3. – С. 79-92.

3. *Шляпкин, А.С.* Численная и программная реализация одномерной математической модели гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2021. – Т. 7. – № 1. – С. 126-145.

Публикации в периодических рецензируемых изданиях:

4. *Шляпкин, А.С.* Формирование трещины гидроразрыва высоковязким гелем / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. – 2020. – № 9. – С. 109-112.

5. *Шляпкин, А.С.* Подход к моделированию гидроразрыва пласта в скважинах с горизонтальным окончанием / А.С. Шляпкин // Нефтепромысловое дело. – 2020. – № 9. – С. 14-19.

6. *Шляпкин, А.С.* О решении задачи гидроразрыва пласта в одномерной математической постановке / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Нефтяное хозяйство. – 2020. – № 12. – С. 118-121. (Scopus)

7. *Шляпкин, А.С.* Оценка геометрических параметров трещины гидравлического разрыва пласта при выполнении экспресс-расчета на гибридной модели / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. – 2021. – №10. – С. 63-67.

Публикации в других изданиях:

8. *Шляпкин, А.С.* Движение проппанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин // Материалы XVIII конференции молодых ученых и специалистов Филиала ООО “ЛУКОЙЛ-Инжиниринг” “КогалымНИПИнефть.” – Тюмень: Филиал ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть», 2018. – С. 360-369.

9. *Шляпкин, А.С.* Движение проппанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Материалы VIII конференции молодых ученых и специалистов ООО “ЛУКОЙЛ-Инжиниринг.” – Москва: Общество ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг», 2018. – С. 363-372.

10. *Шляпкин, А.С.* Движение проппанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Материалы XVIII конференции молодых специалистов, работающих в организациях, осуществляющих деятельность, связанную с использованием участков недр на территории ХМАО-Югры. – Ханты-Мансийск, 2018. – С. 170-174.

11. *Шляпкин, А.С.* Анализ существующих цифровых инструментов для расчета накопленной добычи нефти в зависимости от используемой массы проппанта и геометрических параметров трещины ГРП / А.С. Шляпкин, Д.В. Масунов // Материалы XIX конференции молодых ученых и специалистов Филиала ООО “ЛУКОЙЛ-Инжиниринг” “КогалымНИПИнефть.” – Тюмень, 2019. – С. 455-466.

12. *Шляпкин, А.С.* Математическая модель движения проппанта в трещине гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Тезисы докладов XII НПК «Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений». – Москва: ЗАО «Издательство «Нефтяное хозяйство», 2019. – С. 44.

13. *Шляпкин, А.С.* Математическая модель движения проппанта в трещине гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Актуальные проблемы нефтегазовой отрасли. Сборник докладов НПК журнала «Нефтяное хозяйство» 2019 г. – Москва: ЗАО «Издательство «Нефтяное хозяйство», 2020. – С. 88-93.

14. *Шляпкин, А.С.* Математическое моделирование процесса формирования трещины ГРП с учетом осаждения проппанта и фильтрационных утечек в породе / А.С. Шляпкин // Сборник докладов международной НПК «Новые технологии – нефтегазовому региону». – Тюмень: ТИУ, 2020. – С. 217-220.

15. *Шляпкин, А.С.* О решении задачи гидроразрыва в гибридной PKN-KGD постановке / А.С. Шляпкин // Тезисы докладов НПК «Цифровые технологии в добыче и переработке углеводородов: от моделей к практике». – Москва: ЗАО «Издательство «Нефтяное хозяйство», 2020. – С. 42.

16. *Шляпкин, А.С.* Математическое моделирование закрепленной проппантом трещины гидроразрыва пласта с использованием программного комплекса TSH FRAC / А.С. Шляпкин // Тезисы докладов XIII НПК «Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений нефти и газа». – Москва: ЗАО «Издательство «Нефтяное хозяйство», 2021. – С. 57.

17. *Шляпкин, А.С.* Математическое моделирование процесса формирования трещины ГРП с учетом осаждения проппанта и фильтрационных утечек в породе / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Сборник докладов XXIV НПК «Пути реализации нефтегазового потенциала Западной Сибири». – Ханты-Мансийск: НАЦ РН Им. Шпильмана, 2021. – С.215-224.

18. *Шляпкин, А.С.* Математическое моделирование закрепленной на проппанте трещины гидроразрыва пласта с использованием программного комплекса TSH FRAC / А.С. Шляпкин // Сборник докладов международной НПК «Новые технологии – нефтегазовому региону». – Тюмень: ТИУ, 2021. – С. 98-101.

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ

19. *Татосов, А.В.* TSH FRAC Программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятий и оценке рисков / А.В. Татосов, А.С. Шляпкин // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020619401 от 17.08.2020.

Подписано в печать 13.04.2022. Тираж 120 экз.
Объем 1,0 уч.-изд. л. Формат 60×84/16. Заказ 166.

Издательство Тюменского государственного университета
625002, г. Тюмень, ул. Осипенко, 81.
Тел.: (3452) 59-74-81, 59-75-93
E-mail: izdatelstvo@utmn.ru