

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ТЮМЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

*На правах рукописи*



**ШЛЯПКИН АЛЕКСЕЙ СЕРГЕЕВИЧ**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА  
ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА С УЧЕТОМ ОСОБЕННОСТЕЙ  
ДВИЖЕНИЯ ПРОПАНТА В ТРЕЩИНЕ И ФИЛЬТРАЦИОННЫХ  
УТЕЧЕК В ПЛАСТ**

Специальность: 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-  
математических наук, доцент  
Татосов А. В.

Тюмень – 2022

## СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ .....	2
ВВЕДЕНИЕ .....	4
ГЛАВА 1 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.....	15
1.1 Историческая справка о возникновении метода. Классические математические постановки.....	15
1.2 Одномерные математические модели.....	20
1.3 Двумерные математические модели .....	33
1.4 Псевдотрехмерные модели .....	35
1.5 Трехмерные модели .....	36
1.6 О численной реализации математических моделей .....	37
Основные выводы к главе 1 .....	39
ГЛАВА 2 ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ПРОПАНТА В РАСКРЫВАЮЩЕЙСЯ ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА В РКН-ПОСТАНОВКЕ.....	41
2.1 Математическая постановка задачи .....	41
2.2 Безразмерная система уравнений .....	48
2.3 Начальные и краевые условия .....	52
2.4 Анализ влияния режимов закачки и характеристик подаваемой смеси на процесс формирования трещины.....	53
2.5 Формирование трещины гидроразрыва высоковязким гелем .....	57
2.6 Сравнительный анализ результатов расчета .....	63
Основные выводы к главе 2 .....	66
ГЛАВА 3 ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ.....	69
3.1 Описание разностной схемы .....	69
3.2 Исследование устойчивости .....	71
3.3. Автомодельные решения. Верификация .....	73

Основные выводы к главе 3 .....	79
ГЛАВА 4 КОМПЛЕКС ПРОГРАММ TSH FRAC. ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЕТОВ	81
4.1 Описание комплекса программ .....	81
4.2 Проведение вычислительного эксперимента. Сравнение с результатами, полученными на зарубежном аналоге.....	88
4.3 Проведение экспресс-оценки геометрических параметров трещины с использованием TSH FRAC .....	95
Основные выводы к главе 4 .....	103
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	108
ПРИЛОЖЕНИЕ А Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.....	126
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Комплекс программ TSH FRAC. Основной функционал.....	128
ПРИЛОЖЕНИЕ В Акт внедрения в производственный процесс результатов научно-технической работ .....	138

## **ВВЕДЕНИЕ**

Диссертационная работа посвящена математическому моделированию и численным методам при исследовании процесса формирования трещины гидроразрыва пласта при закачивании в скважину вязкой жидкости с примесью частиц. В работе предложена метод моделирования, основанный на исследовании математической модели развития трещины с учетом потерь жидкости гидроразрыва при его проникновении в породу, учитывается осаждение взвешенных частиц раствора под действием силы тяжести. Выполнен анализ накопления осадка при проникновении жидкости разрыва в пористую среду. Результаты проведенных расчетов в диссертационном исследовании позволяют охарактеризовать геометрию трещины при известных физико-химических свойствах закачиваемой жидкости гидроразрыва и свойствах пласта, а также дать рекомендации по определению технологических параметров, позволяющих повысить эффект от проводимого геолого–технологического мероприятия и определить его себестоимость.

### **Историческая справка о методе**

Попытки воздействовать на пласт с целью повышения продуктивности скважин имеют более чем двухсотлетнюю историю, производились они в США. Инициация трещины происходила посредством взрыва нитроглицерина. Параллельно с этим с целью воздействия на призабойную зону начали применять закачку кислот в пласт, что в результате химической реакции позволяло создать избыточное давление, превышающее давление разрыва пород, и создать высокопродуктивные трещины, тем самым интенсифицировать приток жидкости к забою скважины. Более осознанное применение данная методика получила в 40–50-х годах прошлого столетия.

На текущий момент в области разработки месторождений выделяют два вида гидравлического разрыва пласта (далее по тексту ГРП):

- с использованием специального расклинивающего материала (пропантa), заполняющего трещину и позволяющего удерживать ее в

раскрытом состоянии. Такой вариант обычно используется в коллекторах, представленных песчаниками, алевролитами и другими терригенными породами;

- с использованием закачки кислот. Данный метод показан для карбонатных пород, имеющих естественную трещиноватость и не требующих материала для закрепления. В данном случае от обычной кислотной обработки призабойной зоны ГРП будет отличаться количество материала и величина создаваемого давления.

В представленном диссертационном исследовании описывается математическое моделирование процесса ГРП с использованием проппанта, поскольку именно эта разновидность на практике имеет наибольшую распространенность на сегодняшний день.

#### **Актуальность темы исследований**

В настоящее время большинство нефтегазовых активов имеют весьма продолжительный срок разработки, что безусловно порождает проблемы при доизвлечении из недр остаточных запасов. Осложняет процесс извлечения флюида также и сложное геологическое строение продуктивного пласта с низкими фильтрационно-емкостными свойствами. Одним из способов интенсификации работы скважины при добыче и закачке жидкости является гидравлический разрыв пласта. Проведение ГРП на скважине позволяет расширить зону дренирования скважины и увеличить дебит жидкости. В России масштабно применяют технологию ГРП, в частности, на месторождениях Западной Сибири.

Совершенствование методов проведения данного геолого-технологического мероприятия позволяет повысить рентабельность нефтедобычи при снижении затрат на его проведение.

По данной тематике проведено множество экспериментальных исследований, составлены и апробированы различные методы. Математическое моделирование в данном случае является мощным инструментом в руках специалиста, изучающего природу рассматриваемого процесса. Созданы

множественные программы и программные комплексы для описания развития трещины ГРП, однако, в эпоху активного импортозамещения в нашей стране создание подобного рода программных продуктов является перспективным вектором развития российской науки.

Стоит отметить, что вопрос импортозамещения не является единственной проблемой в изучении процесса ГРП. Существующие математические модели имеют ряд недостатков. Так, при изучении литературных источников по проведенным теоретическим и практическим исследованиям о влиянии вязкой жидкости разрыва на остаточную форму трещины не удастся получить точного представления о деталях данного процесса и ответить на все интересующие вопросы в модельном представлении.

В частности, вопрос о утечках жидкости разрыва в пласт наименее изучен и освещен в литературных источниках. Данный вопрос интересен прежде всего с позиции поведения частиц проппанта в трещине при фильтрации жидкости разрыва сквозь стенки трещины в пористую среду. При использовании линейного геля происходит более интенсивное выпадение частиц проппанта в осадок в донной части трещины, поскольку несущая способность значительно ниже аналогичной характеристики геля, загущенного сшитым полимером, по причине меньшей вязкости.

### **Цели и задачи исследования**

Целью диссертационной работы является создание метода моделирования, основанного на уточнении математической модели в постановке Перкинса – Керна – Норджена (далее РКН-постановке), позволяющего производить оценку геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта с учетом особенностей движения проппанта внутри трещины; создание комплекса программ на основе численной реализации уточненной математической модели. Модель должна учитывать влияние смеси частиц, ее неоднородность на процесс формирования трещины, в том числе из-за образования осадка в полости трещины по причине фильтрационных утечек жидкости разрыва в породу, гравитационного осаждения.

**Задачи исследования:**

- разработка метода моделирования подачи вязкой жидкости с примесью твердых частиц (проппанта) в раскрывающуюся трещину гидроразрыва пласта с учетом потерь жидкости на просачивание в пористую среду и осаждение взвешенных частиц под действием силы тяжести;
- разработка эффективного вычисленного метода для решения задачи гидроразрыва в одномерной математической постановке;
- реализация полученного численного метода на основе уточненной математической модели подачи вязкой жидкости с примесью твердых частиц в раскрывающуюся трещину ГРП в виде комплекса программ;
- проведение вычислительного эксперимента с целью проверки функциональных возможностей комплекса программ при моделировании гидроразрыва, проведенного на реальном месторождении;
- оценка адекватности результатов проведенного эксперимента в сравнении с результатами, полученными на коммерческом зарубежном аналоге.

**Объект исследования** – процесс формирования трещины гидроразрыва при закачивании в скважину вязкой жидкости разрыва с твердыми частицами.

**Предметом исследования** являются методы математического моделирования для описания процесса формирования трещины гидроразрыва при закачке вязкой жидкости разрыва в пласт.

**Методология и методы исследования**, которые применялись при решении поставленных задач, основаны на методах математического моделирования с использованием численных методов, теории фильтрации жидкости в пористой среде, а также технологий объектно-ориентированного программирования.

**Научная новизна исследования**

Предложен метод моделирования процесса образования трещины гидроразрыва пласта, основанный на математической модели, описывающей течение технологически неоднородной вязкой жидкости разрыва с примесью твердых частиц в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта. В отличии от

существующих подходов к моделированию позволяет учитывать поведение проппанта в трещине в результате взаимодействия со стенкой при утечках жидкости разрыва в породе, с учетом осаждения частиц, уточняя при этом среднюю расчётную ширину трещины.

Установлено, что несущая способность жидкости гидроразрыва и концентрация частиц проппанта значительно влияет на особенности формирования трещины, останавливая ее рост (в частности, при возникновении проппантных пробок). Уменьшение концентрации частиц, взвешенных в жидкости, позволяет увеличить несущую способность, что ведет к продолжительному росту в длину, при этом крепление трещины может быть осложнено. Установлена зависимость предельной длины трещины, времени подачи смеси и момента остановки роста от объемного содержания частиц.

Разработан программно-вычислительный продукт TSH FRAC в виде комплекса программ для численного решения задачи о процессе формирования трещины ГРП при закачивании в скважину жидкости гидроразрыва. Дополнительно позволяет в процессе моделирования учитывать технологические риски, влияющие на не достижение проектных параметров трещины, а также рассчитывать себестоимость проводимого мероприятия. Входными параметрами являются: параметры упругой среды (коэффициент Пуассона, модуль Юнга), фильтрационно-емкостные свойства породы (ФЕС), технологические параметры закачки, свойства жидкости разрыва и проппантов, удельные затраты по типам операций. В качестве выходных данных из комплекса программ могут быть экспортированы графики, таблицы, отчеты, включающие описание геометрических параметров воссозданной трещины, расчеты затратной части мероприятия.

В комплексе программ TSH FRAC могут осуществлять расчеты специалисты смежных области: инженеры, занимающиеся проектированием и сопровождением ГРП; экономисты, оценивающие рентабельность проведенных мероприятий.



Комплекс программ TSH FRAC на основе реализованной численно математической модели прошел государственную регистрацию. Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020619401 от 17.08.2020.

### **Практическая значимость**

Математическое моделирование процесса формирования трещины ГРП позволяет сформулировать рекомендации, позволяющие повысить эффективность проводимого геолого-технического мероприятия, а именно: уточнить продолжительность закачки смеси, величину депрессии/репрессии на пласт и концентрацию смеси с учетом представления о геологическом строении пласта и фильтрационно-емкостных свойствах; спрогнозировать рост, развитие и закрепление трещины, и возможные осложнения. Подобный сценарий позволяет сократить затраты на проведение гидроразрыва пласта и повысить его эффективность.

Уточненная математическая модель, предложенная в настоящей диссертационной работе, и созданный на ее основе комплекс программ TSH FRAC используются при выполнении экспресс-расчетов при подборе скважин-кандидатов для проведения гидроразрыва пласта в Филиале ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть» в г. Тюмени (акт внедрения от 21.08.2021) и имеют перспективы для развития при реализации в качестве пНИОКР.

**Достоверность** результатов в диссертационной работе обеспечивается корректной постановкой задачи и использованием адекватной математической модели, основанной на общепринятых началах гидродинамики, использованием численной схемы для поиска решений. Качественное сравнение полученных результатов (решений) с результатами, полученными в других программных комплексах, а также с известными решениями из литературных источников позволяет говорить об их адекватности (в случае использования входных данных реальной пластовой системы).

На защиту выносятся результаты, соответствующие нескольким пунктам паспорта специальности (1.2.2 – математическое моделирование, численные методы и комплексы программ), а именно в области:

**Математического моделирования:**

*Пункт 2. Качественные или аналитические методы исследования математических моделей.*

1) Предложен метод моделирования процесса формирования и закрепления трещины гидроразрыва под влиянием расклинивающей вязкой жидкости с примесью частиц, основанный на математической модели в РКН-постановке, учитывающей фильтрационные утечки жидкости разрыва в пласт и осаждение частиц подаваемой смеси в результате прилипания к стенкам трещины, падения взвешенных частиц под воздействием силы тяжести. В отличие от подхода, рассматриваемого в известных моделях, формирование осадка рассматривается как совокупность процессов, связанных с утечками и гравитационным осаждением частиц. Движение фронта частиц проходит в области, свободной от осадка. Предложен альтернативный подход к рассмотрению модели для случая жидкости разрыва значительной вязкости и крупных взвешенных частиц, сопоставимых со средней шириной трещины.

2) Разработан метод математического моделирования, в основу которого положено рассмотрение модели в постановке Перкинса – Керна – Норджена, дополненная уравнениями движения и неразрывности из представления Христиановича. Оригинальность заключается в том, что введение уравнения неразрывности для нестационарного случая позволило рассмотреть случаи сильных фильтрационных утечек, оказывающих значительное влияние на продолжительность роста трещины;

**Численных методов:**

*Пункт 5. Эффективные вычислительные методы и алгоритмы с применением современных компьютерных технологий.*

3) Предложена явная конечно-разностная схема, дополненная критерием остановки роста трещины. С ее помощью найдены численные решения для полной системы дифференциальных уравнений, описывающей процесс формирования трещины гидроразрыва под влиянием закачки вязкой жидкости в изотропный пласт при постоянном расходе. Данный режим закачки соответствует реальному режиму при проведении гидроразрыва. Используемая численная схема

позволяет оптимизировать процесс расчета с позиции машинного времени при реализации архитектуры «клиент–сервер». Ключевое отличие представленной численной схемы от существующих заключается в представленном критерии остановки роста трещины, который предполагает отсутствие свободной от осадка области.

4) Численно определены геометрические параметры трещины при различных режимах закачки и концентрации закачиваемой смеси. Введение понятия свободной от осадка области позволило оценить среднюю толщину трещины в условиях быстрого перемешивания, а также прилипания частиц к берегам трещины.

#### **Комплексов программ:**

*Пункт 6. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.*

5) Создан и сертифицирован комплекс программ «TSH FRAC Программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятий и оценке рисков», получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020619401 от 17.08.2020.

Комплекс программ позволяет сформировать на основе проведенных вычислений отчет, получить рекомендации по проведению мероприятий для увеличения их успешности, оценить возможные риски не достижения проектных параметров трещины гидроразрыва.

Предложен подход определения удельной стоимости, позволяющий спрогнозировать затраты для различных видов гидроразрыва пласта.

На основе стоимости одной скважино-операции гидроразрыва пласта в динамике по годам могут быть рассчитаны затраты, которые потребуется учесть в денежном потоке при выполнении оценки экономической эффективности ГРП. Описанный алгоритм расчета стоимости одной скважино-операции гидроразрыва пласта заложен в авторский программный продукт в качестве дополнительной опции. По итогам технологических расчетов и с учетом внесенных в программу актуальных экономических параметров выполняется прогноз стоимости запланированного мероприятия, формируется отчет для пользователя с описанием итогов.

Подводя итог, в соответствии с формулой специальности 1.2.2 в диссертационной работе представлены оригинальные результаты из трех областей: математического моделирования, численных методов и комплекса программ.

**Личный вклад автора** состоит в разработке метода математического моделирования, основанного на математической модели в PKN-постановке, учитывающей поведение частиц проппанта в трещине ГРП при фильтрационных утечках в пористую среду. Автором определена зависимость геометрических параметров трещины от свойств закачиваемой жидкости, режимов закачки. Автор принимал участие в написании статей, опубликованных в научных журналах (ВАК, в т.ч. Web of Science и Scopus) и участвовал в качестве докладчика в научно-практических конференциях по теме диссертационного исследования, является одним из авторов и правообладателей комплекса программ «TSH FRAC Программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятий и оценке рисков».

### **Апробация**

Основные положения и результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на следующих научных конференциях:

- XVIII конференция молодых ученых и специалистов Филиала ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть» в г. Тюмени (Тюмень, 2018 г.), присужден диплом в номинации «Самая обсуждаемая работа»;
- VIII конференция молодых ученых и специалистов и VIII конкурс ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» на лучшую техническую разработку молодых ученых и специалистов за 2017 год (Москва, 2018 г.);
- XVIII конференция молодых специалистов, работающих в организациях, осуществляющих деятельность, связанную с использованием участков недр на территории Ханты-Мансийского округа-Югры (Ханты-Мансийск, 2018 г.), присужден диплом призера конференции;

- XII научно-практическая конференция «Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки и обустройства месторождений» (Санкт-Петербург, 2019 г.);
- заседание секции Ученого совета Филиала ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть» в г. Тюмени "Разработка месторождений, методы повышения нефтеотдачи пластов, экономика" (Тюмень, 2018-2020 гг.);
- заседание Бюро Ученого совета Филиала ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть» в г. Тюмени (Тюмень, 2020 г.);
- международная научно-практическая онлайн-конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Новые технологии – нефтегазовому региону» (Тюмень, 2020 г.), присужден диплом II степени;
- научно-практическая онлайн-конференция «Цифровые технологии в добыче и переработке углеводородов: от моделей к практике» (Уфа, 2020 г.);
- XXIV научно-практическая онлайн-конференция «Пути реализации нефтегазового потенциала Западной Сибири» (Тюмень, 2020 г.);
- XII научно-практическая конференция «Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки и обустройства месторождений» (Москва, 2021 г.);
- международная научно-практическая онлайн-конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Новые технологии – нефтегазовому региону» (Тюмень, 2021 г.), присужден диплом I степени.

### **Публикации**

Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 18 печатных работах, в том числе 2 статьи индексируются в базах данных Web of Science и Scopus, 3 статьи в периодических изданиях, рекомендованных ВАК для представления основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора или кандидата наук согласно паспорту специальности; получено 1 свидетельство о регистрации программы для ЭВМ.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы. Текст диссертации содержит 139 страниц печатного текста, 51 рисунок, 4 таблицы, 11 графических приложений. Список литературы включает 158 наименований работ российских и зарубежных авторов.

Автор выражает благодарность научному руководителю.– профессору кафедры фундаментальной математики и механики Тюменского государственного университета, д.ф.-м.н. Татосову Алексею Викторовичу за всестороннюю помощь в написании диссертационной работы, анализе результатов и за научные консультации; д.ф.-м.н. Кутрунову Владимиру Николаевичу за помощь в постановке задачи и определении важных ориентиров; сотрудникам отдела МБА ТОНБ за помощь и содействие в поиске редких научных трудов, использованных при написании данной работы.

## **ГЛАВА 1 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

### **1.1 Историческая справка о возникновении метода. Классические математические постановки**

Гидравлический разрыв пласта – процесс воссоздания в породе трещин высокой проводимости под действием особого расклинивающего материала, позволяющего оставаться им в раскрытом состоянии достаточно продолжительное время. Данная технология широко используется в нефтяной и газовой промышленности для интенсификации притока жидкости и газа к забоям скважин. После проведения ГРП в большинстве случаев вырастает дебит жидкости скважины, что позволяет, в частности, реанимировать скважины, находящиеся в простое. Метод также используется при вводе скважин в эксплуатацию в случае, например, низких фильтрационных свойств пород-коллекторов, разработка которых без применения методов интенсификации нерентабельна в виду низких отборов.

Опишем процесс проведения ГРП на добывающих скважинах более подробно. Основной принцип, заложенный в указанную технологию, состоит в том, что при закачке насосными станциями специальной вязкой жидкости разрыва на водной, кислотной, гелевой основе воссоздается избыточное давление в породе, превышающее давление ее разрыва. Для предупреждения обратного смыкания трещины под воздействием горного давления применяются расклинивающие материалы (проппанты) (см. рис. 1.1). Для крепления трещины в случае коллекторов карбонатного типа используются кислотные растворы, разъедающие стенки трещины, образуя полостное пространство вдоль плоскости распространения трещины.

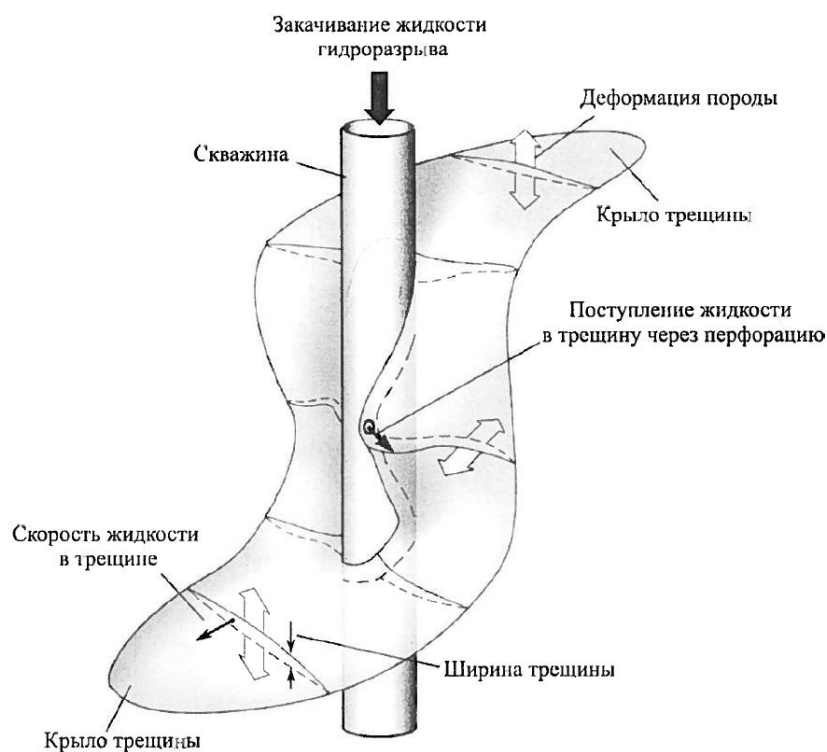


Рисунок 1.1 – Схематическое представление гидроразрыва пласта [1]

Поскольку ГРП относится к методам интенсификации добычи нефти, то стоит упомянуть опыт применения нитроглицерина в США в конце XIX века. Именно применение нитроглицерина, обладающего большой взрывной силой, позволило воздействовать на породы в призабойной зоне скважин, инициируя протяженные трещины, увеличивающие зону дренирования. Первые попытки воздействия на пласт с целью интенсификации притока были не только неконтролируемы, но и опасны для жизни и здоровья проводящего их персонала.

Примерно в это же время интенсифицировать приток в скважину пытались с помощью обработки призабойной зоны кислотными составами, однако, применение данной технологии в промышленных масштабах стало возможно лишь спустя несколько десятилетий. Благодаря накопленному опыту сформировалось понимание о возможности воздействия на пласт избыточным давлением.

Известно, что первый проведенный ГРП в современном его понимании датируется 1947 годом, попытка успехом не увенчалась. Успешный с точки



зрения экономической оценки опыт приурочен к 1949 году, указанный ГРП проводился на территории США в Техасе и Оклахоме [2].

В СССР проведение ГРП приурочено к началу 50-х годов прошлого столетия, массовое внедрение указанного метода приходится на 50–60 годы, когда их количество исчислялось сотнями и тысячами проведенных операции. В дальнейшем количество проведенных ГРП существенно сократилось благодаря открытию месторождений в Западной Сибири, которые на начальных этапах разработки не требовали вложений для реализации методов повышения нефтеотдачи.

В мировой практике, в частности, на месторождениях в США, бум по количеству ГРП приходится на 80-е годы прошлого столетия, количество скважинных операции доходило до 30 тыс. шт. [3].

На сегодняшний день большинство скважин эксплуатируются с ГРП. Постоянно развиваясь, технологии позволяют проводить многостадийные, малообъемные ГРП, растет число флотов ГРП, увеличивается количество и качество применяемых химических составов.

В отдельных случаях проведение ГРП приводит к негативным последствиям, в частности, преждевременному обводнению скважины в результате прорыва по трещине нагнетаемых или подошвенных вод.

Для оценки и предупреждения подобных последствий, а также в целом для успешности проведения ГРП и минимизации рисков в настоящее время широко используются симуляторы ГРП – специализированное программное обеспечение, позволяющее по набору входных параметров рассчитать геометрические параметры трещин, выдать рекомендации для проведения операции на промысле. Функционал существующих симуляторов ГРП включает множество опции, выделим основные [4]:

- выполнение планового и фактического дизайна ГРП. Под дизайном ГРП здесь и далее будем понимать сводный отчет, содержащий информацию о скважине, расчет геометрии трещины, программу технологии закачки и свойств жидкостей разрыва;

- построение геомеханической модели пласта;
- формирование пошагового плана закачки;
- расчет технологических режимов проведения ГРП;
- расчет и визуализация трещин ГРП;
- импорт и визуализация фактических параметров при выполнении ГРП;
- расчет технико-экономической эффективности ГРП;
- учет динамики геомеханических размеров трещин;
- учет течения жидкостей внутри трещины ГРП;
- определение фильтрационно-емкостных свойств закрепленной трещины;
- формирование базы данных свойств жидкостей разрыва и проппантов;
- возможность анализа тестовых закачек;
- выполнение дизайнов мини ГРП;
- выполнение тестов со ступенчатым изменением расхода закачки.

Поскольку априорная информация о развитии трещины и ее параметрах труднодоступна, то при проведении ГРП логично опираться на результаты моделирования в симуляторах. Однако, сложность происходящих в пласте процессов (деформации), их нелинейность и сильное взаимное влияние большого ряда факторов делают затруднительным создание единой модели. В общем случае для описания геометрии трещины требуется учет следующих факторов: напряженно-деформированного состояния; влияния состояния скважины и перфорации; конструкции оборудования и режимов закачки жидкости разрыва; состава и свойств породы; учета собственной трещиноватости породы. Поэтому существующие программные продукты и симуляторы работают с различными двумерными, трехмерными и псевдотрехмерными математическими моделями. При этом отмечается, что усложнение модели и увеличение количества параметров не всегда позволяет повысить точность прогноза, в частности, в описании напряженно-деформированного состояния системы.

Стоит подчеркнуть, что теоретические аспекты, описывающие формирование трещин разрыва, были приведены еще в середине XX столетия.

Особенно стоит отметить работы Христиановича и Желтова (1955, [5]), в последующем – Гирстма и де Клерка [6]), а также труды Перкинса и Керна (1961, [7]). Данные работы положили начало в развитии аналитических методов, описывающих трещины ГРП, их результаты, по сути, являются фундаментальными и по настоящее время используются специалистами при выполнении расчетов.

Трещины в указанных работах представлены в виде плоских сечений, распространение трещины возможно в продольном направлении, также вводятся допущения в отношении линейных размеров самой трещины.

Нелинейность уравнений, используемых для описания процесса зарождения, развития и формирования остаточной формы трещины накладывает существенные ограничения на применение численных схем, применяемых для решения этих уравнений, в частности, по причине плохой сходимости, что приводит к существенному упрощению вычислительных сценариев. Чаще всего это приводит к уменьшению размерности самой задачи и рассмотрению ее как совокупности отдельных процессов. Примером может служить задача о поведении трещины в окрестности ее «носика» или влияние ствола скважины в случае, когда он обсажен и возможны отклонения направления развития трещины от направления максимального стресса в породе.

При рассмотрении классификации существующих математических постановок можно выделить четыре большие группы по признаку детализации описываемого процесса и, как следствие, размерности уравнений, входящих в систему [8].

В одномерной постановке устанавливается связь между давлением в трещине и ее шириной, эти параметры связаны между собой алгебраически или интегрально. Повышая размерность модели на единицу, приходим к описанию системы с использованием теории плоских деформации. Наиболее сложные варианты с использованием трехмерных моделей позволяют точнее описать процесс развития трещины, спрогнозировать ее генеральное направление, однако, на сегодняшний день используются редко в виду сложности вычислительных

алгоритмов и сильной нелинейности. На практике чаще применяются так называемые псевдотрехмерные модели, в которых геометрия трещины описывается все тем же плоским сечением.

## 1.2 Одномерные математические модели

Трещина в одномерной математической постановке, как правило, это плоское сечение, проходящее через ось скважины, имеющее симметричное развитие крыльев. В связи с указанной симметрией в литературе рассматривается одно из таких крыльев трещины ГРП [8].

В дальнейшем существующие модели базируются, в большинстве своем, на гипотезах, представленных в работах [5-7,9], а именно: устанавливается связь на линейные размеры трещины.

В работах [5, 6] согласно гипотезе, высота трещины существенно превышает ее длину. Дифференциация параметров возможна вдоль направления распространения трещины с течением времени. Скважина представима линейным источником. Данная геометрическая модель именуется KGD, что соответствует сокращению от первых букв фамилии авторов, а именно Христианович – Гиртсма – де Клерк (Khristianovich – Geertsma – De Klerk).

В работах [7,9] напротив вводится предположение о том, что длина трещины существенно превышает ее высоту в каждом из поперечных сечений трещины, представленных в виде эллипса, высота трещины является неизменной. Такая модель именуется PKN, что соответствует сокращению от первых букв фамилии авторов, а именно Перкинс – Керн – Норджен (Perkins - Kern – Nordgren). Схематически указанные геометрические модели изображены на рис. 1.2.

Существенным недостатком модели KGD является представление трещины в виде прямоугольника, в PKN форма трещины эллиптическая, что «физичнее», лучше описывает реальную геометрию трещины.

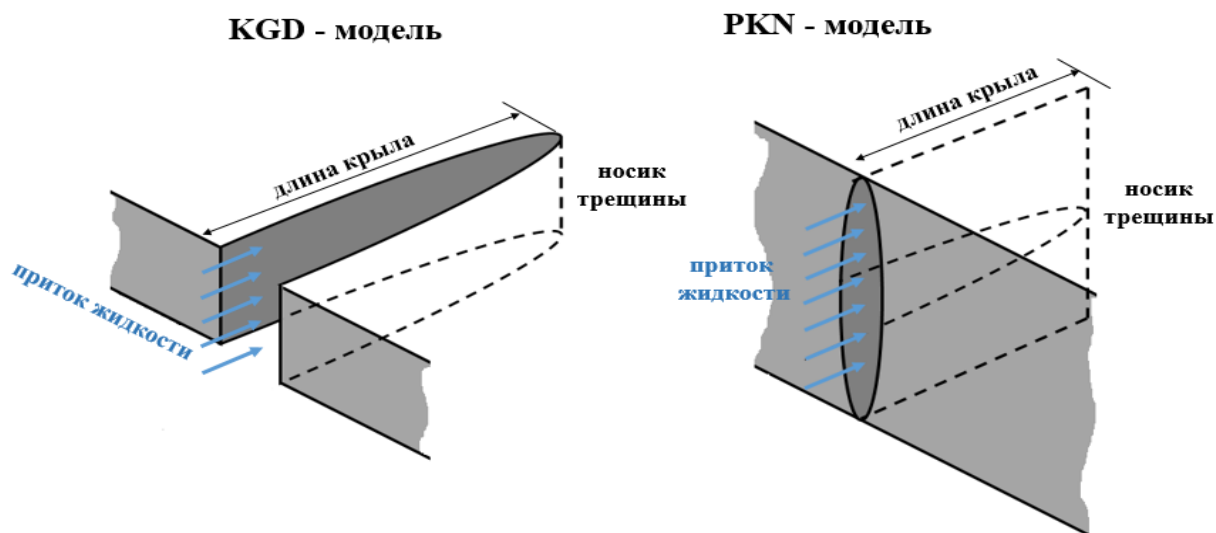


Рисунок 1.2 – Схематическое представление трещины в модели [10]

Условно называя представленные модели базовыми, стоит отметить, что развитие теории, описывающей процесс формирования трещины, происходит постоянно. Различные модификации **KGD-модели** представлены в ряде работ [11-25]. В работах учитываются прочностные свойства пород, определяемые модулем Юнга и коэффициентом Пуассона, которые определяются по справочным материалам, либо экспериментально. Вводится так называемый коэффициент трещиностойкости, который определяет максимальное напряжение в породе, при котором происходит ее деформация, в частности, разрыв горной породы с образованием трещины.

Необходимо ввести понятие плоского модуля напряжений  $E'$ , который определяет упругость горной породы через модуль упругости  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$  [1]:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2}. \quad (1.1)$$

В этом случае связь между раскрытием трещины  $W$  с давлением  $P_{kr}$ , превышающим давление ее разрыва можно определить следующим образом, интегрируя по длине [14]:

$$W(x) = \frac{4}{\pi E'} \int_0^L P_{kr}(\xi) \ln \left| \frac{\sqrt{(L^2 - x^2)} + \sqrt{(L^2 - \xi^2)}}{\sqrt{(L^2 - x^2)} - \sqrt{(L^2 - \xi^2)}} \right| d\xi, \quad (1.2)$$

где параметр  $L=L(t)$  определяет положение носика трещины [15] в терминах теории хрупкого распространения трещин.

Профиль раскрытия трещины в окрестности ее носика через коэффициент  $K_I$  интенсивности напряжений при изменении давления [1]:

$$K_I = 2 \sqrt{\frac{L}{\pi}} \int_0^L \frac{P_{kr}(\xi)}{\sqrt{L^2 - \xi^2}} d\xi = K_{Ikr}, \quad (1.3)$$

где  $K_{Ikr}$  – коэффициент трещиностойкости.

С учетом (1.3) выражение для  $W(x)$  переписывается так:

$$W(x) = 4 \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{K_{Ikr}}{E'}} \sqrt{L-x} + O\left(\sqrt{(L-x)^3}\right), \quad x \rightarrow L. \quad (1.4)$$

Отличие работ [5,6,16,25] (преимущественно ранние работы), например, в том, что в них вводится связь параметров посредством постановки граничного условия на носике трещины, определяющим ее смыкание:

$$\left. \frac{\partial W(x)}{\partial x} \right|_{x=L} = 0. \quad (1.5)$$

Переходя к классической литературе по механике, следует воспользоваться выводами [26] и привести уравнение движения для ньютоновской жидкости, имеющей вязкость  $\mu$ , движущуюся по трещине сечения  $W$  со средней скоростью  $u$ :

$$\frac{\partial P_{kr}}{\partial x} = -\frac{12\mu u}{W^2}. \quad (1.6)$$

Уравнение сплошности потока с введённым понятием расхода через произвольное сечение  $x$  за время, равное  $t$ , запишется как:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} + Q_{inf} = 0, \quad (1.7)$$

где  $Q_{inf}$  – член, отвечающий за величину фильтрационных утечек в пласт. Данная величина наряду с коэффициентом мгновенной водоотдачи жидкости разрыва (зависит от типа жидкости) определить ее эффективность, т.е. отношение объема жидкости, пошедшей на формирование трещины, к общему объему закачанного в пласт агента.

Параметр утечки оказывает огромное влияние на остаточную форму трещины и во многом определяет ее геометрию. В настоящей исследовательской работе будет детально изучен данный вопрос. Интерес к этому направлению обусловлен еще и тем, что в современной литературе вопрос поглощения жидкости разрыва пластом наименее изучен. В случае интенсивных утечек при использовании жидкости разрыва с невысокой несущей способностью поведение пропанта в трещине определит ее форму в значительной степени.

Утечку жидкости разрыва в пласт опишем с использованием уравнения Картера, которое описывает движение жидкости ГРП в зоне, примыкающей к трещине, обладающей измененными фильтрационными свойствами (зона кольматации).

Посредством уравнения возможно описать не только процесс фильтрации жидкости разрыва в породу, но и описать процесс вытеснения жидкости, изначально насыщающей пласт [27]. Однако, в большинстве существующих математических моделей учет потерь на просачивание ведется именно для зоны с измененными фильтрационными свойствами, поэтому ограничимся записью уравнения для указанного случая:

$$C_L = v\sqrt{t - t_{iz}} = \sqrt{\frac{k_{iz}V \Delta P_{iz}}{2Sh_{iz}\mu}}, \quad (1.8)$$

где  $C_L$  – коэффициент фильтрационной утечки в пласт,  $v$  – скорость фильтрации,  $t_{iz}$  – момент времени, в который происходит изменение фильтрационных свойств под действием раствора,  $k_{iz}$  – изменённая проницаемость породы в зоне кольматации,  $V$  – объем жидкости,  $\Delta P_{iz}$  – градиент давления в зоне с измененными фильтрационными свойствами,  $S$  – площадь поверхности фильтрации,  $h_{iz}$  – толщина рассматриваемой зоны,  $\mu$  – вязкость жидкости ГРП.

При неизменных  $k_{iz}$  и  $\Delta P_{iz}$ , фильтрация в указанной области подчиняется закону Дарси.

Уравнения (1.6) и (1.7) дополняются граничными условиями на входе в трещину. На входе в трещину задается расход вязкой жидкости  $Q$  разрыва или давление на входе  $P$ :

$$Q(0, t) = Q_{in}(t) \quad (1.9)$$

или

$$P(0, t) = P_{in}(t). \quad (1.10)$$

Задача имеет решение при условии фильтрации жидкости разрыва в трещине, в противном случае рост трещины прекращается [5,14,16,20,21], имеем граничное условие на носике трещины (на примере расхода жидкости):

$$Q(L, t) = 0. \quad (1.11)$$

Определением начального раскрытия и длины трещины система дифференциальных уравнений замыкается.

Еще одним важным пунктом при изучении трещин разрыва является поведение трещины в окрестности ее носика. Основные вопросы, возникающие в процессе изучения, сопряжены с корректным определением давления в концевой области и описанием фильтрации жидкости. На этот вопрос в разное время искали ответ авторы работ [21,28-35], в которых вводится понятие «отставания» фронта жидкости в окрестности носика трещины, что, например, позволяет избежать ошибок, связанных с неконтролируемым ростом давления в указанной области, при численной реализации системы уравнений.

Помимо вертикального распространения трещин в работе [5] рассмотрены предпосылки для образования трещин, простирающихся в горизонтальной плоскости. Рассматривается неоднородный пласт, в котором кровельная и подошвенная части имеют непроницаемую границу. Авторами также упоминается случай, при котором гидравлическое давление начинает превышать нормальные напряжения, воссозданные под воздействием давления породы, в пласте в горизонтальной плоскости.

На границе раздела проницаемой и непроницаемой части пласта при повышении давления импульс вышележащих пород пласта будет передаваться гидравлически. Сделан вывод о том, что линейные размеры горизонтальных трещин определяются взаимным расположением проницаемых и непроницаемых прослоев. При этом протяженность трещин будет зависеть, в том числе, от мощности и прочностных свойств непроницаемых прослоев. Корректно



определять величины модулей Юнга с учетом анизотропии разреза. Что даст более точную оценку.

В работе [5] показано, что на ориентацию трещин в вертикальной плоскости влияет связь бокового горного давления и горного давления слагающей толщи, при которой порядок величин последнего значительно превосходит величину бокового стресса. Рассмотрен процесс воссоздания вертикальных сильно раскрытых непротяженных трещин под воздействием высоковязких жидкостей разрыва с интенсивным режимом закачивания.

Помимо вышеуказанной работы [5], которую можно в некотором смысле считать точкой отсчета, горизонтальные трещины также рассматриваются в ряде научных работ [36,37].

Горизонтальные трещины ГРП имеют ряд преимуществ, среди которых можно выделить увеличение зоны дренирования без риска прорыва трещины в подошвенные водонасыщенные интервалы.

Моделирование процесса формирования горизонтальных трещин является важным направлением развития теории трещинообразования, т.к. позволяет снизить величину экономических рисков, связанных с проведением дорогостоящих операции ГРП. Это обусловлено еще и тем, что технически воссоздание горизонтальной трещины в пласте крайне затруднительно. На сегодняшний день не существует инструмента, позволяющего достоверно вычислять результирующий вектор напряжений в пласте на значительной глубине, который, безусловно, определяет пространственную ориентацию трещины.

Величина горизонтального напряжения для значительных глубин много меньше величина горного давления, что приводит к инициации трещин вертикальной направленности. По этой причине сложен не только процесс воссоздания самой трещины разрыва, но и поддержание ее в открытом состоянии продолжительное время. В данном случае значительные требования предъявляются к характеристикам расклинивающего материала.

Перечень существующих математических моделей дополняет модель **радиальной трещины**, поскольку многие допущения и гипотезы KGD-модели справедливы для указанной математической постановки. Так, например, модель радиальной трещины может быть применена к описанию процесса формирования трещины горизонтальной ориентации в наклонно-направленной скважине для пород с аномально высоким пластовым давлением (АВПД).

В таких моделях скважина-источник точечный, жидкость из которого распространяется радиально и симметрично во всех направлениях (см. рис. 1.3). Данный тип модели используется в случае, когда интервал вскрытия пласта имеет малую мощность (в сравнении с размерами трещины), такую, что его можно отождествлять с точечным источником.

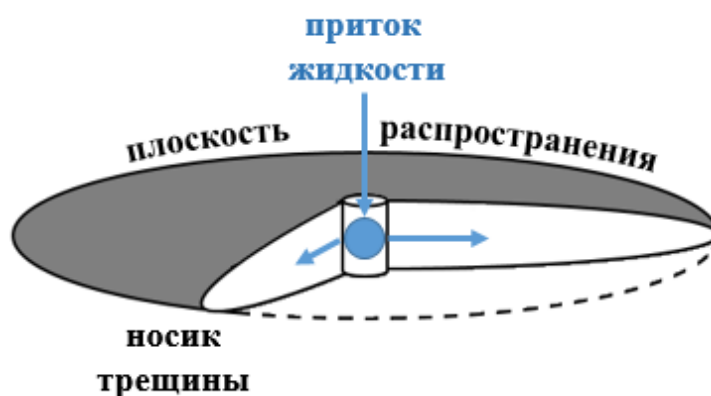


Рисунок 1.3 – Модель радиальной трещины [10]

Классическим вариантом данной математической постановки стала модель радиальной трещины, предложенная в работах [38,39]. В частности, в работе [39] рассматривается тонкая круговая трещина, воссозданная в двумерной упругой среде, рассматривается вопрос о определении профиля давления вдоль трещины, распределение самой трещины в породе предполагается симметричным. Приведено решение обратной задачи, в которой определяется распределение давления, необходимое для воссоздания трещины с заведомо известными размерами.

В работе [38] также рассматривается круговая трещина, авторы публикации задаются вопросом о поведении давления в окрестности такой трещины.

Материал приводится с использованием основных положений теории Гриффита, согласно которой рассматривается хрупкое тело, подверженное деформации (упругая среда), с уже имеющимися начальными микротрещинами, что существенно сказывается на перераспределении напряжений при воздействии на породу [40]. К недостаткам данной теории можно отнести тот факт, что критическое напряжение, при котором происходит разрыв породы, автор определял равенством изменения упругой энергии при развитии трещины и поверхностной энергии (не учитывалась диссипация).

В начальный момент времени трещина представима в виде «тонкой щели», после приложения давления раскрывается и принимает форму плоского эллипсоида вращения. В работе [38] дополнительно рассмотрена двумерная и трехмерная постановки задачи, приводятся диаграммы изменения для различных компонент напряжения в зависимости от прилагаемого давления, получено аналитическое выражение для расчета критического давления.

В работе [41] вводятся некоторые дополнительные допущения: приводится квазистатический вариант распространения трещины, движение жидкости разрыва считается ламинарным. Очевидно, что это сделано для получения точных решений системы уравнений. Рассматривается вопрос о давлении раскрытия трещины под напором вязкой жидкости. Проанализированы два режима нагнетания: при постоянном расходе жидкости разрыва и постоянном давлении при входе в трещину.

Решение рассмотренной система уравнений сводится к решению задачи Коши, оно построено методом последовательных приближений. Результаты расчетов, позволяющих проиллюстрировать изменение давления в трещине при ее развитии, приведены на рис. 1.4:

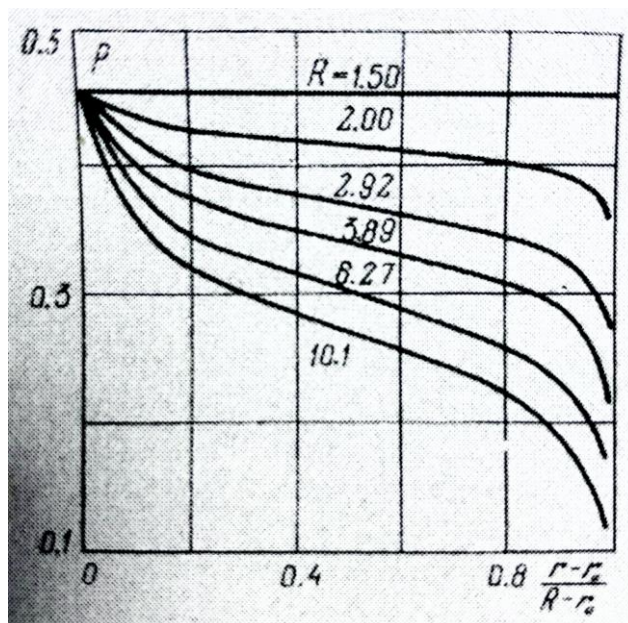


Рисунок 1.4 – Изменение давления в раскрывающейся трещине [41]

Изменение параметров трещины, давления в ней, а также скорости ее раскрытия при постоянном объеме закачиваемой жидкости разрыва, т.к. именно такой режим нагнетания используется на производстве, приводится на рис. 1.5:

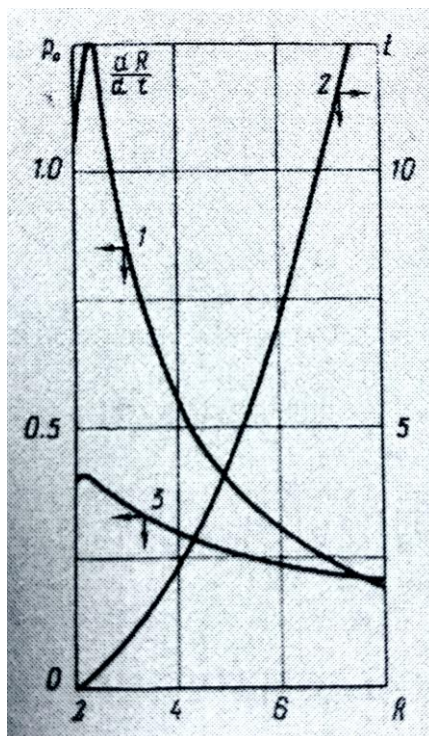


Рисунок 1.5 – Изменение характеристик при постоянном расходе [41]

На рис. 1.5 кривая 1 отражает изменение скорости роста трещины во времени, кривая 2 – радиуса трещины (соответствует  $t$ ), кривая 3 иллюстрирует изменения давления нагнетания.

В начальный момент времени происходит разрядка породы и образование трещины, сопровождающееся ростом давления, в дальнейшем давление жидкости в трещине по мере ее роста падает, приближаясь к давлению нагнетания. Рост трещины во времени замедляется. Увеличенный расход жидкости будет определять трещины с большим диаметром, при этом возникают дополнительные ограничения на величину давления нагнетания. В техническом аспекте возникают дополнительные требования к насосному оборудованию, способному воссоздать значительное давление, необходимое для инициации протяженных трещин в породе.

В настоящее время изучение вопроса о дисковых трещинах позволило ответить на многие вопросы в прикладных задачах, данной тематике посвящен обширный ряд работ [6,7,15,29,41-48].

Далее рассматриваются основные особенности **РКН – модели**. Основоположниками идей, заложенных в данную математическую постановку, являются Перкинс и Керн, которые в работе [7] ввели гипотезу о том, что трещина разрыва распространяется лишь в продольном направлении, высота трещины при этом ограничена. Сечения, ортогональные плоскости распространения трещины имеют эллиптическую форму, из материалов работ [1,39] получено выражение, связывающее избыточное давление в трещине с ее раскрытием (относительно направления  $oZ$ , лежащего в плоскости трещины):

$$W(z) = \frac{4}{E'} P_{kr} \sqrt{\frac{H^2}{4} - z^2}, \quad (1.12)$$

где  $E'$  – плоский модуль напряжений из (1.1),  $P_{kr}$  – избыточное давление,  $H$  – высота трещины,  $z$  – пространственная координата. В предельном случае [1] при  $z=0$  для произвольного фиксированного сечения  $x$  (вдоль плоскости распространения трещины):

$$W_{pr}(x) = \frac{2H}{E'} P_{kr}(x). \quad (1.13)$$

При решении задачи о стационарном режиме течения используется уравнение, связывающее давление и расход вязкой жидкости, из работы [49], учитывая, что ширина трещины много меньше ее высоты, т.е. пренебрегая первым слагаемым, получим:

$$\frac{\partial P_{kr}}{\partial x} = -\frac{64\mu u Q}{\pi W_{pr}^3 H}, \quad (1.14)$$

где  $Q$  – входящий постоянный поток жидкости.

Система (1.13) – (1.14) и есть модель Перкинса – Керна. Выражение (1.14) с учетом (1.13) переписывается в виде:

$$P_{kr}^3 \frac{\partial P_{kr}}{\partial x} = -\frac{8\mu Q (E')^3}{\pi H^4}. \quad (1.15)$$

При интегрировании дифференциального уравнения (1.15) по длине трещины с учетом нулевого давления  $P_{kr}$  на кончике трещины [49], что соответствует нулевому раскрытию в (1.13), выражение для давления запишется в виде:

$$P_{kr}(x) = -\frac{2}{H} \sqrt[4]{\frac{(L-x)2\mu Q (E')^3}{\pi}}. \quad (1.16)$$

Используя (1.16) для (1.13), можно сделать вывод, что в модели из [7] предельное раскрытие трещины зависит лишь от расстояния от скважины и не зависит от времени:

$$W_{pr}(x) = 4 \sqrt[4]{\frac{2(L-x)\mu Q}{\pi E'}}. \quad (1.17)$$

В работе [9] система Перкинса – Керна дополняется уравнением неразрывности для нестационарного случая с целью учета фильтрационных утечек, поскольку, как указано выше, именно фильтрация жидкости разрыва в породе значительно определяет остаточную форму и геометрию трещины:

$$\frac{1}{4} \pi H \frac{\partial W_{pr}}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial x} + Q_{inf} = 0. \quad (1.18)$$

В (1.18) выражение, стоящее под знаком частной производной в первом слагаемом, определяет площадь сечения, через которое проходит поток  $Q$ , а  $Q_{inf}$  – объем фильтрационных утечек, приведенный к единице длины. Этот объем с учетом закона Картера запишем так:

$$Q_{inf} = HQ_L. \quad (1.19)$$

Учитывая тот факт, что в текущей постановке задачи расход жидкости зависит еще и от времени уравнение (1.14) с учетом (1.13) запишется в следующем виде:

$$Q = -\frac{\pi E'}{512\mu} \frac{\partial W_{pr}^4}{\partial x}. \quad (1.20)$$

Подставляя выражение (1.20) в уравнение неразрывности (1.18), может быть получено уравнение [1]:

$$\frac{\partial W_{pr}}{\partial t} - \frac{E'}{128\mu} \frac{\partial^2 W_{pr}^4}{\partial x^2} + \frac{4Q_{inf}}{\pi} = 0. \quad (1.21)$$

Начальные и граничные условия для дифференциального уравнения (1.21):

$$\begin{aligned} W_{pr}(x, 0) &= 0, \quad 0 \leq x \leq L_{pr}, \quad L(t) < L_{pr} \\ Q(0, t) &= Q, \quad W_{pr}(L_{pr}) = 0. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Подробное описание принимаемых допущений для определения максимальной длины трещины приводится в работе [1].

Стоит отметить, что рассмотренные одномерные модели имеют принципиальные отличия с точки зрения учета давления в самой трещине. Для модели KGD в отличии от модели PKN раскрытие трещины определяется через профиль давления вдоль трещины, а не через локальную связь.

В ряде работ [11,12,50-55] изучен процесс фильтрационных утечек в пласт, проводится анализ особенности течения проппанта в трещине гидроразрыва. При этом происходит усложнение классических KGD и PKN-моделей, путем введения в уравнения дополнительных членов, отвечающих за описание механизма фильтрации жидкости разрыва.

С практической точки зрения значимость решения задач о трещине гидроразрыва, включающей в себя изучение поведения проппанта внутри

трещины, огромна. Связано это прежде всего с тем, что на текущий момент технологии проведения достаточно сложны, а составы смесей сильно неоднородны (размер частиц, плотность, концентрация). Список пополняют многоступенчатые ГРП с применением различных типов составов расклинивающего агента. Поскольку при попадании проппанта в воссозданную трещину часть жидкости разрыва фильтруется в пласт, то возможны случаи значительного увеличения концентрации частиц в носике трещины, что существенно сказывается на возможности ее дальнейшего роста. Существуют способы избежать негативных последствий при образовании проппантных пробок, например, чередование закачки смеси и жидкости разрыва, увеличение времени предварительной закачки жидкости разрыва [52,56-58]. В работе [59] проведен анализ параметров трещины в зависимости от изменения режимов закачки. В указанной работе за основу взята PKN-постановка, которая позволяет в данном случае описать поведение уже развитой трещины. Для численной реализации задачи используется неявная итерационная схема, оптимизированная с точки зрения сокращения расчетных узлов. Также рассмотрено влияние зависимости вязкости смеси от концентрации частиц.

Так в работах [50-52,56-58,60,61] используется математическая постановка задачи, связанная с PKN-моделью, дополненная уравнениями движения и неразрывности из представления Христиановича. В указанных работах проведен анализ влияния примеси вязкой жидкости на процесс формирования трещины разрыва, показано, что рост осадка, связанный с падением частиц, существенно влияет на скорость роста и протяженность трещины. В работах установлены функциональные зависимости, связывающие концентрацию взвешенных частиц с потенциалом линейного роста трещины в пласте, с ее раскрытием. Ценность данных работ с практической точки зрения заключается в том, что материалы помогают сформировать представление о механизме образования трещин различной протяженности. Например, определить условия образования коротких трещин с высокой степенью раскрытия, что важно при проектном анализе мини-ГРП, которые предполагают закачку в пласт небольшого объема жидкости



разрыва (около  $10 \text{ м}^3$ ) и закрытие скважины. Подобные мероприятия позволяют получить необходимый объем информации о некотором локальном участке пласта в районе исследуемой скважины и позволяют: дать оценку эффективности конкретной жидкости разрыва; определить геомеханические свойства породы и ее напряженное состояние; установить давление разрыва и определить режимы закачки; определить режимы фильтрации; выбрать корректную модель, описывающую поведение трещины при проведении основного ГРП. Под эффективность жидкости разрыва будем понимать отношение утекшему в пласт объему к объему жидкости, ушедшему на формирование трещины. Зачастую мини-ГРП может проводиться с целью оценки качества основного ГРП.

Однако, как было уже сказано выше, изучение влияния вязкой смеси на поведение трещины представляется очень важным направлением ввиду недостаточной теоретической изученности процесса, а также по причине отсутствия достаточного количества априорной информации о развитии трещины непосредственно в пласте по причине отсутствия прямых методов определения параметров трещины. Использование математического аппарата для прогнозирования эволюции трещины является едва ли не единственным действенным инструментом, позволяющим оценивать ее геометрические параметры на этапе проектирования.

### **1.3 Двумерные математические модели**

В рассмотренных в разделе 1.2 моделях трещина разрыва расположена в плоскости, ортогональной вектору минимального сжимающего стресса в породе. В случае, когда при первичном вскрытии пласта перфорации лежат в иной плоскости траектория развития трещины сложнее и не представима в виде плоского сечения. Искривление трещины особенно заметно в зародышевом состоянии, что обусловлено конструкцией скважины.

В вышеописанном случае для анализа процесса трещинообразования широко используются двумерные модели (см. рис. 1.6).

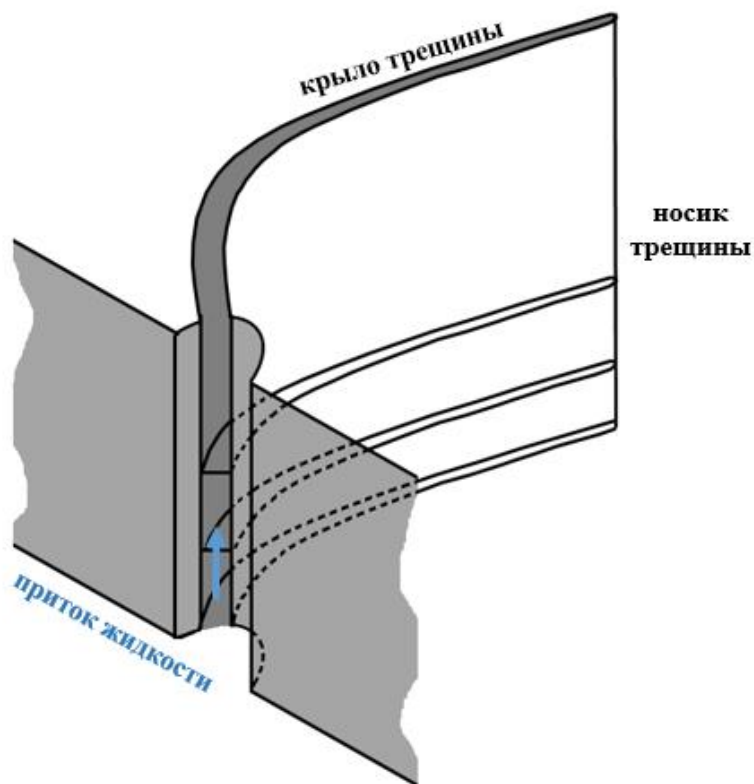


Рисунок 1.6 – Схематическое представление двумерной трещины [1]

В ряде работ [30,62-72] приведен анализ различных математических постановок, являющихся в большинстве случаев усложнением классических одномерных моделей. Модель из работ [30,65] приводится как модификация KGD-модели с переходом к криволинейной координате в направлении развития трещины. Было показано, что на развитие протяженных трещин влияет угол первичного вскрытия пласта и соотношение стрессов на рассматриваемой глубине. Так в работах [73-77] рассмотрено влияние перфорации на распространение трещины в упругой среде без учета ее емкостных свойств, что исключает фактор влияния внутрипластовой жидкости на процесс перераспределения давления при формировании полости трещины. В большинстве случаев рассматривается симметричная относительно оси скважины трещины, т.е. анализ ее геометрии сводится к рассмотрению процесса формирования одного крыла. При этом считается, что в точке инициации, т.е. в области перфорации, трещина имеет максимальное раскрытие.

Поскольку повышение размерности влечет за собой технические усложнения при численном расчете системы уравнений, то в подобного рода задачах вводятся некоторые допущения. Так, например, в работах [65-67] влияние жидкости разрыва в полости трещины не влияет на ее эволюцию. Давление, как правило, постоянно, либо задается неким априорным распределением в направлении развития трещины. Решение подобных задач предполагает применение численных схем, которые используются, как и одномерном случае, для описания механизма просачивания жидкости разрыва в пласт и формирования остаточной формы трещины.

#### 1.4 Псевдотрехмерные модели

При переходе от двумерных моделей к псевдотрехмерным вводятся некоторые допущения. Так, например, развитие трещины возможно лишь в плоскости, ортогональной минимальному стрессу (справедливо для больших глубин без аномальных свойств разреза). Трещина, как геометрический объект, по-прежнему симметрична относительно оси скважины (см. рис. 1.7).

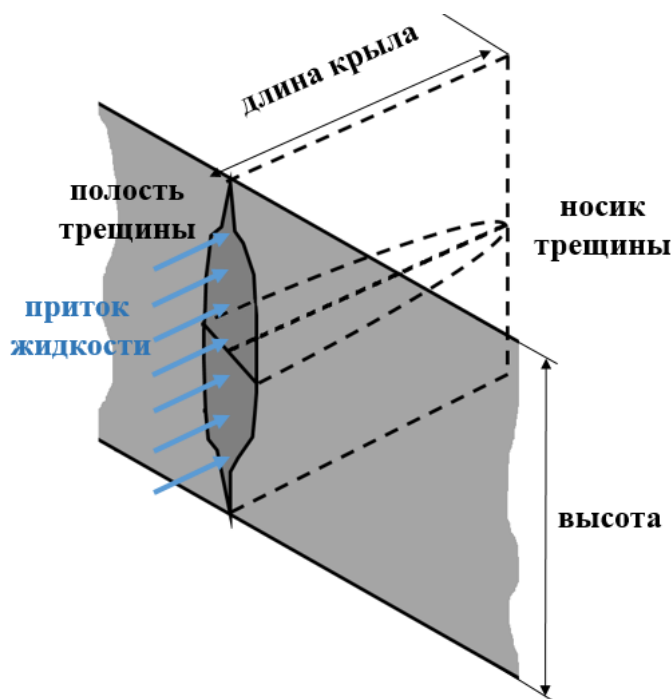


Рисунок 1.7 – Схематическое представление псевдотрехмерной трещины [78]

В модели ведется учет не только горного давления, но и гидравлического давления [3,79,80]. Дополнительно возможны ограничения на направления фильтрации жидкости внутри трещины в виду ее определенного распространения, обусловленного напряженным состоянием пласта. Возможен переход от одномерных уравнений движения к двумерным, а также учет фильтрационных утечек в пласт [81-83]. Зачастую при рассмотрении отдельно взятого профиля трещины решение задачи сводится к рассмотрению плоско-деформированной постановки.

Наиболее распространенные модели трещин, которые заложены в программные продукты для моделирования ГРП, имеют следующие названия: Planar 3D и Pseudo3D. Несмотря на предположение в псевдотрёхмерных моделях о плоском профиле трещины, модель планарных (или плоских) трещин позволяет решать прикладные задачи со сложной структурой трещины, рассматривает двумерную задачу потока [59,84]. Все основные моменты из математической постановки задачи о двумерной трещине справедливы и для данного случая, однако, указанные постановки позволяют решить более эффективно широкий круг задач, например, о распространении трещин в слоистых средах с номинально введенной послойной анизотропией.

### **1.5 Трёхмерные модели**

Переход от двумерных моделей к трёхмерной постановке еще более усложняет рассматриваемую систему уравнений. В общей постановке решение задачи сводится к нахождению решения системы интегро-дифференциальных уравнений, описывающих: напряженно-деформированное состояние пористой среды, течение жидкости в полости трещины, геометрию трещины, учет фильтрационных утечек в породе через границу «трещина-пласт» [85]. Трещина в пространстве способна развиваться во всех направлениях, отождествленных с плоскостью. Движение жидкости в трещине описывается в двумерной постановке.

Важным направлением в развитии математического моделирования трещин является учет свойств среды и влияния жидкости, насыщающей пласт на процесс формирования трещины. Речь идет о изучении подмодели упругости порового пространства, в которой жидкость в порах оказывает влияние на перераспределение напряжений в породе.

Ранние работы [86-89] в этом направлении датируются серединой XX столетия. В них предполагается, что упругий скелет подвержен деформациям по причине сжимаемости пустотного (порового) пространства, для этого в уравнение движения вводится дополнительный член [90].

Подобный подход позволил по-другому взглянуть на проблему определения профиля давления внутри трещины. Поскольку влияние упругости сжимаемого скелета значительно, в частности, в окрестности носика трещины «противодействие» породы способно приводить к остановке ее роста раньше, чем в моделях упругой среды, уменьшая тем самым линейные размеры трещины. Модель пороупругости в трехмерной постановке, ее численные реализации и аналитические решения широко освещены в ряде работ [93-105].

### **1.6 О численной реализации математических моделей**

Сильная нелинейность и сложность системы интегро-дифференциальных уравнений (особенно для трехмерных постановок) делает практически невозможным ее теоретическое изучение. Для нахождения решения задачи используются численные методы, позволяющие посредством некоторого вычислительного алгоритма заменить исходную аналитическую задачу и решить ее. При этом при реализации дискретной модели на алгоритм накладываются определенные ограничения, позволяющие получить наиболее точное решение, которое будет к тому же устойчивым, а также затратить на поиск этого решения минимальное расчетное время.

В настоящее время придумано достаточно большое количество вычислительных алгоритмов в контексте решения математических задач, связанных с описанием процесса трещинообразования [46-48,79,80,82,106-137].

Для аппроксимации используются как явные, так и неявные численные схемы, так, например, в случае приближения по времени в решении задач в большинстве случаев используются неявные схемы [108,109,121,129]. Используемый, например, метод Эйлера [109] имеет первый порядок точности, т.е. для уменьшения ошибки вычислений необходимо линейно понижать шаг. Для ускорения счета, например, могут быть использованы полностью неявные схемы, которые более требовательны к аппаратному ресурсу, но снимают вопрос об устойчивости [137]. В случае расчета притока жидкости к трещине ГРП на скважине с горизонтальным окончанием [61] из работы [137] используется явная схема. Указанная работа вызывает интерес еще и по причине присутствия в ней анализа эффективности комбинированных схем для различных локальных участков анализа. Расчет производится на сетке с различной геометрией ячеек, целесообразность подобного подхода детально описана в работе.

Так для решения подзадачи пороупругости на практике чаще всего используются следующие численные методы: методы конечных разностей и конечных элементов (МКЭ), метод граничного элемента (МГЭ), который для решения задач упругости использует аналог математического аппарата из теоремы Грина – формулы Бетти. Преимущественно последнего метода в том, что внутри границ расчетной области решение точно удовлетворяет исходному уравнению. Метод существенно упрощает решение задач с бесконечной границей. Однако, стоит отметить, что решение задачи смешанного типа данным методом неосуществимо, также дополнительно накладываются условия на гладкость границы, в противном случае возникают сложности с вычислением сингулярных интегралов.

Рассмотрим подробнее МКЭ, используемый при решении задач в работах [83,108,111,113-115,117,119,120,122]. Для решения нестационарных уравнений, входящих в систему, используются аппроксимация по временному параметру с элементами первого и второго порядка. В работе с подобного рода задачами зачастую опираются на результаты фундаментальных работ, таких как [131,132], в которых описываются особенности построения численных схем, принципы и

методы их реализации, описывается контроль устойчивости численного решения, рассматриваются различные автомоделные решения.

Также для решения подзадачи пороупругости могут быть использованы явные численные схемы, примером является решение задачи для постановки Перкинса – Керна – Норджена с использованием эйлеровых сеток.

Переходя к анализу условий эволюции трещин, отметим, что для решения задач из области теории разрушения [25,135] довольно успешно используется многосеточный метод, основанный на работе с набором различных сеток [100]. Основная его ценность в том, что метод позволяет устранить конфликт между компонентами решения, имеющими разные масштаб. Метод использует несколько уровней дискретизации и позволяет аппроксимировать компоненты на разных (в том числе грубых) сетках [133,134]. Для решения задачи о распространении трещины используется расширенный метод конечных элементов, который позволяет решать систему уравнений с разрывными функциями.

Для ускорения при расчете могут быть использованы комбинированные схемы счета с использованием как явных, так и неявных методов для различных описываемых областей, выбор схемы может осуществляться с учетом локального критерия Куранта [137].

### **Основные выводы к главе 1**

Подводя итоги обзора литературных источников, стоит отметить, что на сегодняшний день математическая теория, описывающая вопросы, связанные с трещиной ГРП, имеет более чем полувековую историю, продолжает развиваться, описывает многие теоретические и практические аспекты. Однако, учитывая тот факт, что происходит совершенствование технологии и ведутся работы в направлении импортозамещения, в частности, программных продуктов, посвященных расчету дизайнов ГРП, то и развитие математической теории и российских симуляторов-аналогов является крайне важным направлением в отрасли.

Поскольку в основу указанных программных продуктов заложены математические модели и алгоритмы, то и задачи, поставленные перед научными работниками, еще не реализованы в полном объеме.

Как уже было сказано в главе 1, одним из преимущественных направлений в развитии математической теории ГРП является описание и учет фильтрационных утечек жидкости разрыва в породу, а также влияние вязкой смеси на формирование и остаточную форму трещины. По этой причине в рамках настоящего диссертационного исследования поставлена цель – разработать метод моделирования, основанный на исследовании существующей математической модели в PKN-постановке, позволяющей учитывать влияние проппанта, находящегося в трещине, на процесс формирования трещин ГРП при утечках в пласт. Авторский подход к моделированию должен иметь ряд преимуществ относительно уже существующих методик, позволять уточнять среднюю ширину трещины, как важный параметр при расчете продуктивности трещины. Для этого вводится понятие области свободной от осадка. Поступательное движение частиц в указанной области (или ядре потока) происходит в направлении развития трещины. В пристеночной области частицы движутся по линиям тока жидкости разрыва, фильтрующейся в пласт, происходит контакт со стенкой, при котором возможно вдавливание частиц в стенку или последующий дрейф части с осаждением в донной части трещины. Частицы могут быть вовлечены в ядро потока в результате дрейфа, в подобном случае накладывается условие на диаметр частиц. Приводится описание данного условия и оценка продольных и поперечных сил, действующих на частицу. Процесс образования осадка описан достаточно подробно в главе 2.



## ГЛАВА 2 ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ПРОПАНТА В РАСКРЫВАЮЩЕЙСЯ ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА В РКН-ПОСТАНОВКЕ

### 2.1 Математическая постановка задачи

**Основные допущения.** Рассматривается задача о вертикальной трещине гидроразрыва, которая распространяется прямолинейно в однородной бесконечной изотропной пористой среде вдоль направления оси абсцисс. Среда имеет начальное насыщение нефтью с водой, полагается, что вязкость пластовой, жидкости много меньше вязкости жидкости разрыва на основе геля.

Предполагается, что трещина симметрична относительно оси скважины, совпадающей с направлением оси  $Oz$ , т.о. в дальнейшем при анализе будет упоминаться лишь одно крыло трещины. Для описания указанной вертикальной трещины используется РКН-постановка, поскольку, как было сказано ранее, данная модель применяется для описания подобного рода задач с утечками (см. рис. 2.1):

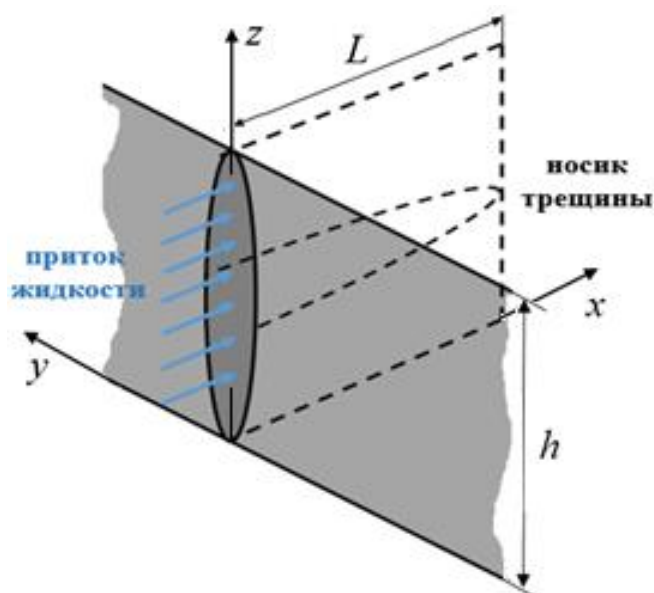


Рисунок 2.1 – Схематическое представление трещины гидроразрыва в РКН-постановке

$L$ ,  $h$  – линейные размеры крыла трещины, м, причем согласно представлениям модели Перкинса выполняется условие:  $h \ll L$ .

При этом проекцию на плоскость  $Oxy$  будем понимать в контексте задачи Христиановича (см. рис. 2.2):

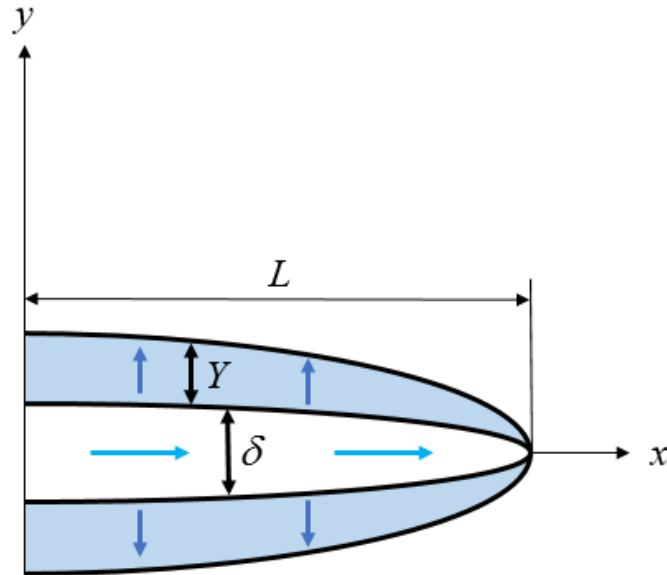


Рисунок 2.2 – Схематическое представление трещины с зоной пропитки в плоскости

На рис. 2.2 под  $\delta$  понимается средняя ширина трещины, м;  $Y$  – глубина зоны пропитки в пористой среде, м, описывающая область, расположенную локально вдоль трещины, в которую под воздействием градиента давления способна фильтроваться жидкость разрыва через пористую стенку.

Движение жидкости с примесью твердых частиц вдоль трещины описывается в односкоростном квазиодномерном приближении, считая тем самым, что параметры потока смеси неизменны по поперечному сечению.

Из постановки задачи в PKN-модели [7], используя также определение формы трещины для плоских задач из теории упругости, посредством которого устанавливается связь между параметром избыточного давления  $p$  со средней воссозданной шириной  $\delta$  трещины [6,7]:

$$p = b\delta, \quad b = \frac{4\mu_\sigma}{\pi(1 - \nu_\sigma)h}, \quad (2.1)$$

где  $\nu_\sigma$  – коэффициент Пуассона, безразмерный;  $\mu_\sigma$  – модуль сдвига материала, Па, который может быть связан с модулем Юнга соотношением из теории упругости. В рассматриваемом случае в силу предположения об изотропности среды коэффициент  $\nu_\sigma$  будет считаться постоянным. Для геометрической формы с учетом выбранной постановки дополнительно выполняется соотношение относительно средней ширины трещины:  $\delta \ll h \ll L$ .

На носике трещины, в приближении Перкинса, избыточное давление равно нулю, что соответствует нулевому раскрытию трещины:

$$x = L(t): p = 0.$$

В процессе подачи пропанта при его продвижении по трещине происходит осаждение частиц. Площадь поперечного сечения полости есть  $S = \delta h$ . Часть сечения свободной от осадка, в данном случае площадь свободной области запишется как  $s = \varepsilon h$  (см. рис. 2.3):

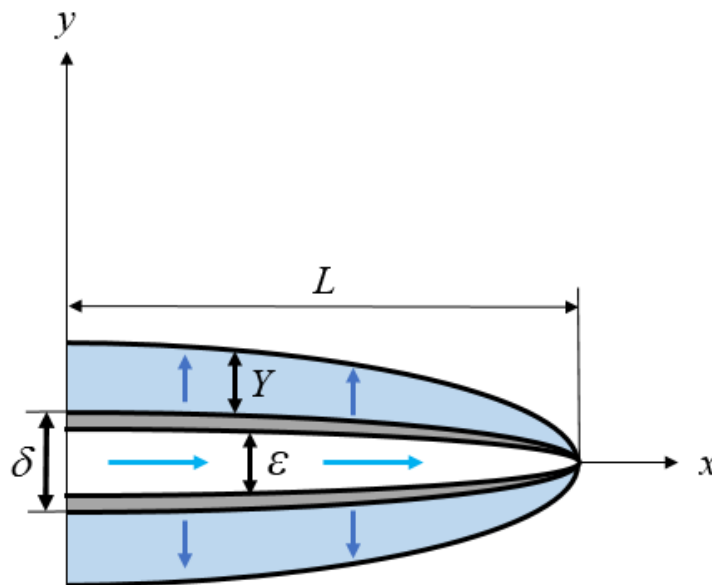


Рисунок 2.3 – Схематическое представление трещины с изображением свободной области

**Уравнения неразрывности.** Скорость движения жидкости и взвешенных частиц в направлении распространения трещины считается равной. Таким образом движение жидкости в трещине осуществляется только по свободной от осадка области (рис. 2.3). Тогда уравнение неразрывности, отражающее

сохранение общего объема смеси в указанной области, может быть записано в следующем виде:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial(su)}{\partial x} = -f, \quad (2.2)$$

где  $u$  – средняя скорость потока смеси в свободной области, м/с;  $f$  – величина интенсивности потерь жидкости гидроразрыва через боковую стенку трещины, вследствие протекания в пористую среду под воздействием градиента давления, м<sup>3</sup>/с.

Ниже приводится описание жидкости разрыва, подаваемой в трещину. Через  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  обозначены объемные доли жидкости гидроразрыва и частиц в подаваемой смеси соответственно, при выполнении условия  $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ ;  $\alpha_*$  – объемное содержание дисперсной фазы в осевшем слое у берегов трещины. Условие сохранения объема частиц с использованием выражения (2.2), может быть представлено в виде:

$$\frac{\partial(\alpha_*(S - s) + \alpha_2 s)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_2 su)}{\partial x} = 0.$$

Уравнение с учетом обозначения  $\alpha_1 = \alpha_2/\alpha_*$  переписывается:

$$\frac{\partial(S - s + \alpha s)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha su)}{\partial x} = 0. \quad (2.3)$$

**Протекание жидкости разрыва в породе.** Фильтрация жидкости в пористую среду описывается с применением гипотезы плоских сечений, согласно которой фильтрационные утечки в породе возможны только по нормали к стенке трещины [138]. При этом скорость просачивания будет зависеть от выбора сечения вдоль трещины. Как уже было сказано выше, вязкость жидкости, изначально насыщающей пласт, считается малой в сравнении с вязкостью жидкости разрыва. В среднем по сечению принимается:

$$v_n = v_n(x, t), \quad \frac{\partial p_{kr}}{\partial y} = -\frac{\eta}{k} v_n$$

где  $p_{kr}$  – избыточное давление жидкости в породе, Па, превышающее прочность ее разрыва;  $k$  – величина проницаемости породы, мкм<sup>2</sup>;  $\eta$  – вязкость жидкости

разрыва, Па·с;  $v_n$  – скорость фильтрации через боковую поверхность трещины, м/с. Граничные условия имеют вид:

$$0 \leq y \leq Y, \quad p_{kr}(0) = p, \quad p_{kr}(Y) = 0.$$

С учетом приведенных граничных условий из уравнения (2.4) может быть получено аналитическое выражение для определения скорости:

$$v_n = \frac{k p}{\eta Y}. \quad (2.4)$$

Учитывая различие физической скорости  $v_r$  и скорости фильтрации, глубину зоны пропитки  $Y$  определим следующим дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = v_r, \quad v_n = \beta v_r, \quad (2.5)$$

где  $\beta$  – объемное содержание жидкости гидроразрыва в пласте, д. ед., соответствующее практически предельному заполнению порового пространства.

Приведенные выражения справедливы для описания процесса фильтрации жидкости разрыва в породу через одну боковую поверхность трещины, поэтому, учитывая симметрию относительно оси  $Ox$ , интенсивность полной утечки должна быть удвоена:

$$f = 2h v_n. \quad (2.6)$$

**Динамика осаждения взвешенных частиц.** Процесс накопления осадка в полости трещины требует подробного описания. Стоит отметить, что рост осадка определяется сразу двумя процессами, проходящими в процессе движения жидкости разрыва по трещине: осаждением частиц под действием гравитации; увеличением концентрации частиц у стенок трещины при утечках в породу и стекания дисперсной фазы по стенкам трещины по причине превышения линейных размеров частиц смеси над емкостной составляющей пустотного пространства в породе. Ниже приводится анализ динамики выпадения осадка по каждой из двух составляющих.

Обозначение  $w_g$  определяет скорость падения частиц смеси, иными словами, скорость приближения взвешенных частиц к частицам,

сформировавшим верхний слой осадка в донной части трещины. Для определенности задается система координат, которая будет связана с условной поверхностью  $\Pi$ , определяющей осевшие в донной части трещины частицы. Равенства потоков дисперсной фазы по разные стороны контактной поверхности с использованием ранее введенных объемных долей запишется как:

$$\alpha_2(w_g + w_s) = \alpha_* w_s.$$

В последнем выражении под  $w_s$  понимается скорость перемещения поверхности  $\Pi$  относительно ближайших осевших частиц. Скорость роста осевших частиц при падении, нормированная на длину трещины, определяется равенством:

$$\delta w_s = \frac{\alpha \delta w_g}{1 - \alpha}$$

Интенсивность потерь жидкости гидроразрыва за счет протекания в породу определена выражением равенства потоков, при этом единицу объема смеси формируется из объема осадка  $\alpha$  и объема жидкости  $(1 - \alpha)$ , просочившейся в пористую среду. Резюмируя, скорость роста объема осевших частиц (приведенная к единице длины трещины) при фильтрационных утечках в пласт будет определена как  $(\alpha/(1 - \alpha))f$ .

Учитывая полученные выражения и уравнение (2.3), выражение определяющее процесс формирования осадка определяется уравнением:

$$\frac{\partial(S - s)}{\partial t} = \frac{1}{1 - \alpha} (2hv_n + \delta w_g). \quad (2.7)$$

Стоит подчеркнуть, что существенным упрощением, соответствующим одномерной постановке задачи, является усреднение объемного содержания взвешенных частиц по поперечному сечению, что отражает процесс медленного перемешивания рассматриваемой смеси. Этому способствует стекание дисперсной фазы по стенкам трещины и значительное искривление линий тока в окрестности ее носика, ввиду особенности решения в указанной области.

**Уравнение импульсов.** В силу ограничений на соотношение параметров трещины в записи уравнения движения жидкости разрыва следует отказаться от

слагаемого отвечающего за инерцию, полагая его бесконечно малым и не оказывающим существенное влияние на движение жидкости [139]. Согласно условию о накоплении осадка в нижней части трещины, описанному выше по тексту, запишется следующее уравнение количества движения:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{12\eta_\alpha}{\varepsilon^2}u, \quad (2.8)$$

где  $\eta_\alpha$  – вязкость подаваемой смеси, Па·с.

**Основная система уравнений.** Все приведенные выше уравнения движения имеют место лишь при условии существования свободной от осадка области течения. Иначе говоря, принимается, что движение жидкости вдоль направления распространения трещины возможно только при выполнении неравенства  $s > 0$ . Пусть существует сечение трещины ненулевой площади  $S$ , тогда, если в некотором сечении  $s = 0$ , то речь идет о возникновении пропантной пробки, продольное распространение трещины останавливается. В указанной области отсутствует фильтрация, избыточное давление падает до нуля, процесс утечки также остановлен. Закрепленная трещина остается раскрытой за счет частиц, находящихся в трещине и испытывающих сжатие со стороны упругих сил породы. Стоит подчеркнуть, что согласно постановке Перкинса высота трещины постоянна, а среда в рассматриваемой задаче изотропна.

С учетом указанных допущений система уравнений (2.1) – (2.8), рассмотренная в предыдущих пунктах главы 2, запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} &= -2v, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} &= -\frac{2}{1-\alpha}v - \frac{\alpha}{1-\alpha}w, \\ \frac{\partial(\alpha\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha\varepsilon u)}{\partial x} &= -\frac{2\alpha}{1-\alpha}v - \frac{\alpha}{1-\alpha}w, \\ u &= -\frac{b}{12\eta_\alpha}\varepsilon^2\frac{\partial \delta}{\partial x}, \\ \frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{v}{\beta'} \end{aligned} \quad (2.9)$$

где параметры  $v$  и  $w$  отличны от нуля лишь в области, свободной от осадка:

$$v = \begin{cases} v_n, & \varepsilon > 0 \\ 0, & \varepsilon = 0 \end{cases}$$

$$w = \begin{cases} \frac{\delta}{h} w_g, & \varepsilon > 0 \\ 0, & \varepsilon = 0. \end{cases}$$

Параметр  $v_n$  определяется следующим аналитическим выражением:

$$v_n = \frac{kb \delta}{\eta Y}.$$

Аппроксимируя параметр  $w_g$  согласно [140], можно получить:

$$w_g = \frac{(1 - \alpha_* \alpha) \eta}{\eta_\alpha} w_{g0}, \quad w_{g0} = \frac{2(\rho_p - \rho_l) g r^2}{9\eta}, \quad \eta_\alpha = \eta(1 - \alpha)^{-m},$$

где  $\rho_p$ ,  $\rho_l$  – плотности частиц проппанта и жидкости гидроразрыва соответственно, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $r$  – радиус частиц, м; принимаем константы значениями  $\alpha_* = 1, m = 1.82$ .

Для системы (2.9) определено условие на носике трещины, соответствующее нулевому раскрытию:

$$x = L(t): \delta = 0 \quad (2.10)$$

и граничным условием на входе в трещину:

$$q(0, t) = \varepsilon(0, t) u(0, t) = Q(t)/h, \quad \alpha(0, t) = A(t). \quad (2.11)$$

Во входном сечении задан объемный расход смеси  $Q$  с известным содержанием проппанта.

В сравнении с моделью закачки из работы [51] описываемая модель дополнительно учитывает влияние силы тяжести при формировании осадка в нижней части трещины и технологическую неоднородность подаваемой вязкой жидкости разрыва.

Кратко приведенные в текущем разделе положения освещены в работе [52].

## 2.2 Безразмерная система уравнений

Известен случай значительного протекания жидкости разрыва в породе, при котором практически вся предварительно подаваемая жидкость оказывается в породе, что существенно уменьшает потенциал роста трещины в длину. Как было



сказано в разделе 1.2, изучение влияния процесса фильтрационных утечек на формирование геометрии трещины имеет значительный научный интерес.

Рассматривается задача о преобладании роста осадка за счет протекания жидкости гидроразрыва в пористую среду. В данном случае утечки, скорее, являются значительным отягчающим технологическим фактором, поскольку могут спровоцировать образование пробок проппанта в трещине, спровоцировав увеличения концентрации смеси в направлении раскрытия трещины, что фактически приведет к росту давления в трещине и остановке ее роста.

Для указанного примера справедливо следующее выражение для скоростей жидкости разрыва и смеси, выпадающей в осадок:

$$\frac{w}{v} \ll 1.$$

Тем самым полагается, что для основного объема взвеси величины объема осадка, равного  $\alpha$ , и объема жидкости, просочившейся в породу, равного  $(1 - \alpha)$ , одного порядка.

Для упрощения решения задачи при численном счете, как это часто бывает, приведем параметры, входящие в систему уравнений, к одному порядку. Для этого проведем процедуру обезразмеривания переменных, входящих в систему:

$$\bar{x} = \frac{x}{L^*}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t^*}, \quad \bar{\delta} = \frac{\delta}{\delta^*}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon^*}, \quad \bar{q} = \frac{\varepsilon u}{q^*}, \quad \bar{v} = \frac{v}{v^*}, \quad \bar{Y} = \frac{Y}{Y^*}. \quad (2.12)$$

Учитывая вид уравнений системы (2.9), для простоты записи уравнений в качестве характерных величин удобны следующие выражения:

$$L^* = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{1}{6\beta k} \frac{p_0^2}{b^2}}, \quad t^* = \frac{1}{4\beta} \frac{\eta p_0}{k b^2}, \quad \delta^* = \varepsilon^* = \frac{p_0}{b},$$

$$q^* = 2 \sqrt{\frac{\beta k}{6} \frac{p_0^2}{\eta b}}, \quad Y^* = \frac{1}{2\beta} \frac{p_0}{b}, \quad v^* = 2\beta \frac{k b}{\eta}, \quad w^* = w_{g0} \quad (2.13)$$

В (2.13)  $p_0$  – параметр давления, определяющий величину на входе в трещину в соответствии с  $\bar{\delta}(0, \bar{t}) = 1$ .

Выбранный масштаб соответствует тому моменту времени  $t^*$ , при котором в пористую среду просочилось примерно половина всего количества жидкости, закаченной в трещину,  $2v^*t^* = 2\beta Y^* = \delta^*$ . Это приведет к заполнению осадком  $\alpha/(1-\alpha)$  доли объема всей трещины. Следовательно, характерное время, заполнения всей трещины частицами за счет фильтрации жидкости разрыва можно оценить как  $\tau_f \sim ((1-\alpha)/\alpha)t^* \sim t^*$ , характерное время падения взвешенных частиц  $\tau_g \sim h/w_g$ . При этом  $w \sim (\delta^*/h)w_g$ ,  $v \sim v^*$  условие для скоростей (2.11) будет справедливо записать в виде:

$$\frac{\tau_f}{\tau_g} \ll 1.$$

Пренебрегая смещением взвешенных частиц и отсутствием химического взаимодействия между ними, справедливо полагать в данном исследовании, что скопившаяся у берегов трещины дисперсная фаза стекает вниз. В противном случае необходимо переписать уравнение импульсов (2.8) для области трещины, свободной от осадка, в следующем виде:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{12\eta\alpha}{\varepsilon^2}u.$$

Система уравнений движения с учетом обезразмеривания переменных, описываемых в (2.13), и условия для соотношения скоростей (2.11) принимает следующую форму (для наглядности записи уравнений черта безразмерных величин опущена):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial t} + 2\frac{\partial q}{\partial x} &= -v, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + 2\frac{\partial q}{\partial x} &= -\frac{1}{1-\alpha}v - A_g\alpha(1-\alpha_*\alpha)(1-\alpha)^{m-1}w, \\ \frac{\partial(\alpha\varepsilon)}{\partial t} + 2\frac{\partial(\alpha q)}{\partial x} &= -\frac{\alpha}{1-\alpha}v - A_g\alpha(1-\alpha_*\alpha)(1-\alpha)^{m-1}w, \\ q &= -(1-\alpha)^m\varepsilon^2\frac{\partial \delta}{\partial x}, \\ \frac{\partial Y}{\partial t} &= v. \end{aligned} \tag{2.14}$$

В записанной системе уравнений (2.14) параметры потока  $q$  и  $v$  имеют следующий вид:

$$q = \varepsilon u, v = \begin{cases} \delta/Y, & \varepsilon > 0 \\ 0, & \varepsilon = 0 \end{cases}; A_g = \frac{w^* t^*}{h}, w = \begin{cases} \varepsilon, & \varepsilon > 0 \\ 0, & \varepsilon = 0 \end{cases}$$

В дальнейшем принимается, что в записи выражений используются только безразмерные величины.

Ниже приводится качественное описание процесса движения частиц смеси в полости трещины. С учетом фильтрации в пористую среду траектории движения жидких частиц представляют собой расходящийся пучок линий, пронизывающих пористую поверхность. Траектории движения твердых частиц близки к ним по причине вкрапления в вязкий гель, но ограничены поверхностью стенки трещины. Микрофлюидные эффекты проявляют себя существенно лишь при непосредственном контакте частицы со стенкой и, следовательно, не могут вернуть ее обратно. Частица уходит со своей первоначальной траектории, смещается к берегам трещины и значительно теряет скорость движения, т.к. вязкий гель сцепляется со стенкой трещины. Продольная скорость течения стремится к нулю, а поперечная остается малой, но конечной величиной. Частицы приближаются к пористым поверхностям, концентрация их у берегов трещины возрастает, они медленно дрейфуют по причине прилипания вязкой жидкости к стенке.

Для оценки сил, действующих на частицу, находящуюся вблизи пористой стенки, требуется определить продольную и поперечную силы отрыва. Продольная сила на порядок больше, поэтому рассматривается именно она. Сила пропорциональна линейному размеру частицы и скорости потока на некотором расстоянии от стенки, равном половине диаметра. Скорость в указанной точке, согласно классическому профилю поля скорости, также пропорциональна размеру частицы, т.к. вязкая жидкость контактирует со стенкой. В итоге продольная сила оказывается пропорциональной второй степени линейного размера. Сила же прижатия частицы к стенке пропорциональна линейному размеру частицы и скорости фильтрации, не зависящей от размера частицы. Сила, прижимающая

частицу, оказывается пропорциональна первой степени линейного размера. Таким образом, можно с уверенностью утверждать, что достаточно малая частица на пористой поверхности при наличии даже малой фильтрации в породе вообще не сможет продолжить поступательного движения вдоль трещины. Шероховатость стенки также препятствует продольному перемещению [141], в реальных условиях имеет место эффект вдавливания частиц проппанта в пористую стенку.

### 2.3 Начальные и краевые условия

Процесс гидроразрыва рассматривается при заданном давлении в точке инициации трещины. Моментом времени  $\tau_1$  определяется окончание буферной стадии, когда закачивается чистая жидкость гидроразрыва. Длительность второй стадии до момента  $\tau_2$  определяет подачу проппанта в трещину. Общее время закачки в таком случае будет соответствовать  $\tau = \tau_1 + \tau_2$ . После указанного времени  $\tau$  подача смеси в трещину прекращается. Граничные условия запишутся в виде:

$$q(0, t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq t_2; \\ 0, & t > t_2 \end{cases};$$

$$\alpha(0, t) = \begin{cases} 0, & 0 < t \leq t_1 \\ \alpha_1 + (\alpha_2 - \alpha_1)(t - t_1)/(t_2 - t_1), & t_1 < t < t_2; \end{cases} \quad (2.15)$$

Если весь объем трещины в точке инициации полностью перекрывается частицами проппанта до момента  $\tau_2$ , то процесс закачки завершается, соответствующее этому граничное условие имеет вид:

$$\delta(0, t) = 1, \quad \alpha(0, t) = \begin{cases} 0, & 0 < t \leq \tau_1, \\ A, & t > \tau_1. \end{cases} \quad (2.16)$$

В этом случае подача смеси поддерживается максимально продолжительное время. Время закачки  $\tau$  определится моментом остановки потока во входном сечении из второго условия в записи (2.15).

Начальные условия запишутся как:

$$\delta(x, 0) = \varepsilon(x, 0) = q(x, 0) = Y(x, 0) = 0, \quad x > 0. \quad (2.17)$$

При этом стоит также подчеркнуть тот факт, что с производственной точки зрения поддержание постоянного давления на входе в трещину крайне

затруднительно, поскольку при разрядке породы трещиной происходит падение давления в рассматриваемой области, что потребует значительного увеличения расхода закачиваемой жидкости с поверхности.

В случае задания постоянного расхода на входе в трещину справедлива запись начальных условий в виде (2.17), а граничные условия для расхода жидкости имеют вид:

$$q(0, t) = q_0 = \text{const.} \quad (2.18)$$

#### **2.4 Анализ влияния режимов закачки и характеристик подаваемой смеси на процесс формирования трещины**

Ниже рассмотрены результаты, полученные при численном исследовании системы уравнений (2.14), а именно процесс роста трещины и заполнением ее осадком. На рис. 2.4 приведен пример вычислений, позволяющий продемонстрировать изменение величин  $\delta$  и  $\varepsilon$  от пространственной координаты, в произвольные моменты времени  $t = 1, 2, 6, 10$ , которым соответствуют кривые 1–4. Расчет выполнен для безразмерных величин.

Граничные условия установлены согласно (2.16), значение параметров принятые при расчете:  $A = 0.2$ ,  $\tau_1 = 1$ . До момента  $t = \tau_1$  функции  $\delta$  и  $\varepsilon$  совпадают (кривые 1). Действительно, до момента подачи вязкой смеси вся полость трещины свободна от осадка, выполняется разрыв породы жидкостью, фаза закрепления не начата, закачка проппанта не осуществляется на буферной фазе.

При закачке проппанта полость трещины постепенно забивается частицами (кривая 2). Сокращается свободная ширина трещины, особенно на входе в трещину, иными словами  $\varepsilon$  меньше единицы.

Контактный разрыв, отделяющий слой твердых частиц от буферной жидкости, приближается к носовой части трещины. В процессе закачки в последующие моменты времени изменение концентрации частиц в жидкости гидроразрыва значительно скажется на ее длине. Снижение скорости перемешивания в носовой части определяет интенсивное падение части. В

некоторый момент происходит образование пропантовой пробки, дальнейший рост трещины в длину прекращается. Поскольку давление в трещине остается избыточным, то продолжается процесс утечки жидкости гидроразрыва в породу, что еще больше уменьшает область фильтрации в трещине (этому состоянию соответствуют кривые 3-4). По мере сужения свободного пространства происходит незначительное уменьшение средней ширины трещины, что физически соответствует противодействию сил породы, оказывающих сжатие.

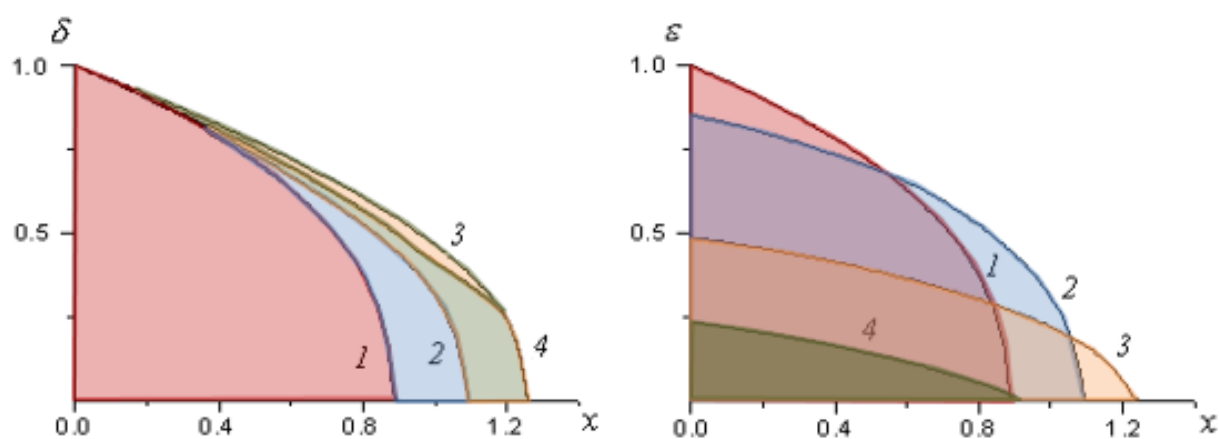


Рисунок 2.4 – Динамика роста и закрепления трещины во времени

При постановке граничного условия (2.16) длина трещины не может быть больше некоторого максимального значения. При некоторых выбранных значениях параметров  $A$  и  $\tau_1$  отмечается ранняя остановка роста трещины, которая происходит до момента окончания полной закачки. Пусть через в некоторый момент времени  $t_m$  трещина развивает некоторую максимальную длину  $L_m$ .

Продолжительность буферной стадии или закачки чистой жидкости разрыва значительно уменьшает объем пропантанта, что сказывается на креплении трещины. Пусть при граничном условии (2.16) с фиксированным значением параметра  $A = 0.2$  значения параметра  $\tau_1$  подлежат изменению.

На рис. 2.5 приведена зависимость максимальной длины трещины, времени закачки пропантанта и момента остановки роста трещины от продолжительности буферной стадии. На указанной иллюстрации кривой 1 соответствует случай

достижения предельной длины трещины; кривой 2 – момент, соответствующий времени  $0.05\tau$ ; пунктир – момент  $0.5\tau/t_m$ .

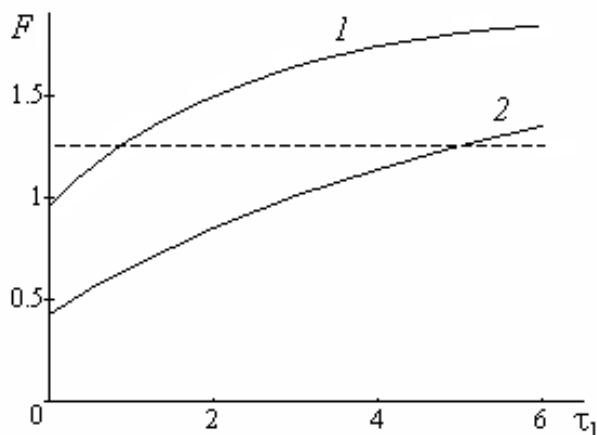


Рисунок 2.5 – Связь максимальной длины трещины, времени закачки пропанта и момента остановки роста трещины от продолжительности буферной стадии

Предварительная закачка жидкости увеличивает предельную длину трещины по причине отсутствия сопротивления со стороны вязкой жидкости в полости трещины, но снижает среднюю скорость ее роста до предельной длины, т.к. наблюдается постепенное снижение давления по мере удаления кончика трещины от места зарождения. Отношение времени  $\tau$  полного времени закачки к моменту развития трещиной максимальной длины  $t_m$  почти не изменяется.

Далее рассматривается случай с фиксированной длительностью закачки при граничном условии (2.15). Необходимо подчеркнуть, что после момента времени  $\tau$  закачка прекращается.

Для определенности заданы следующие значения параметров:  $A = 0.2$ ,  $\tau = \tau_2 = const = 10$ ; время  $\tau_1$  подлежит изменению. Будет рассмотрено два случая: сначала фиксируется полное время  $\tau$ ; затем – время закачки пропанта  $\tau_2$ . Время закачки буферной стадии в расчетах различно. На рис. 2.6 изображена закрепленная форма трещины гидроразрыва; для значения времени  $\tau_1 = 0, 2, 5$  представлены кривые 1-3 соответственно. Варианту с постоянным полным временем подачи смеси соответствует правое изображение на рис. 2.6:

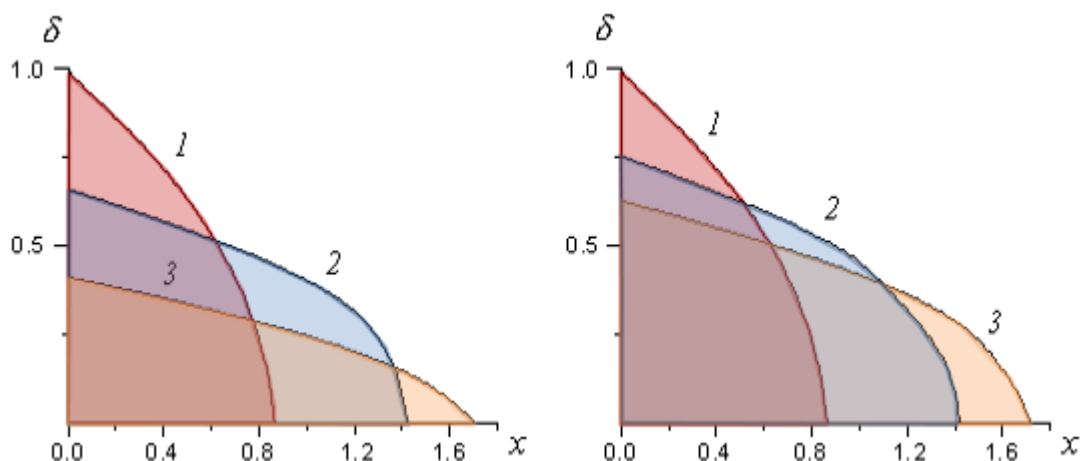


Рисунок 2.6 – Окончательная форма трещины с остановкой подачи пропантанта

При  $\tau_1 = 0$  к моменту сброса давления, соответствующего моменту времени  $\tau$ , трещина почти целиком заполнена частицами пропантанта. Для значений параметра  $\tau_1 = 2,5$  изменения существенны.

После принудительного прекращения закачки поток смеси в начальном сечении останавливается. Из полости трещины жидкость гидроразрыва протекает в породу, в то время как присутствующие в ней частицы пропантанта пополняют осадок в полости трещины. С течением времени под воздействием горного давления трещина сужается по длине и окончательно закрепляется. Сопоставительный анализ расчетов позволяет определить равенство длин трещин. Данное обстоятельство указывает, что трещина во всех примерах развила максимальную длину  $L_m$ . Увеличение буферной стадии не позволяет эффективно крепить трещину, что указывает на сокращение ее ширины  $\delta$ , что представляется вполне логичным результатом. Связано это с тем, что воссозданная под воздействием жидкости разрыва трещина начинается смыкаться, находясь в незакрепленном состоянии.

Ниже рассматривается влияние концентрации частиц в жидкости разрыва на процесс раскрытия и крепления трещины. В трещину подается однородный объем пропантанта без закачки буферной стадии при различных значениях параметра  $\alpha$ . Пусть задано значение параметра  $\tau_1 = 0$  при условии на входе (2.16). На рис. 2.7 представлены зависимости максимальной длины трещины, времени подачи



пропанта и момента окончания роста от объемного содержания частиц. Как и на рис. 2.5: кривая 1 – момент достижения предельной длины трещины; кривая 2 – момент, соответствующий времени  $0.05\tau$ ; пунктиром обозначен момент  $0.5\tau/t_m$ .

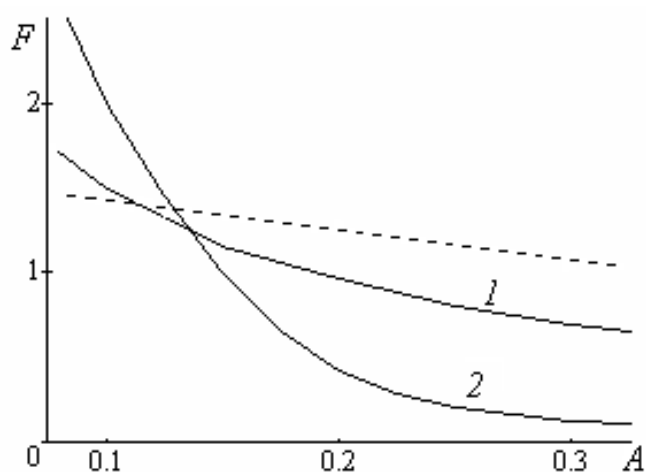


Рисунок 2.7 – Зависимость максимальной длины трещины, времени подачи пропанта и момента остановки роста от объемного содержания частиц

Уменьшение объемного содержания частиц в смеси приводит к замедлению выпадения осадка и более длительному росту трещины, что еще раз доказывает адекватность построенной модели. Таким образом, возможно воссоздать наиболее протяженную трещины длины  $L_m$ , придерживаясь указанных рекомендаций. Время закачки в таком случае существенно возрастает вследствие непрерывного уменьшения потока подаваемой смеси [142,143].

## 2.5 Формирование трещины гидроразрыва высоковязким гелем

При применении в качестве жидкости гидроразрыва высоковязкого геля в условиях низкой проницаемости пласта целесообразно отказаться от механизма роста осадка ГРП при фильтрации жидкости в породе в модельном представлении [144]. Данное обстоятельство позволяет говорить о высокой эффективности жидкости разрыва. Исходная система (2.9) в предположении, что концентрация частиц в пристеночной области (в силу малых утечек) не растет и движение осуществляется по всей ширине трещины, претерпевает изменения в уравнениях 2, 3, 4. А именно, полагая параметр  $\alpha$ , стремящимся к нулю, в уравнениях 2, 3

члены уравнения, отвечающие за осадок в результате утечки, вырождаются; в уравнении импульсов производится замена параметра  $\varepsilon$  на  $\delta$ , поскольку движение осуществляется по всей ширине трещины.

Итак, при низкой интенсивности фильтрации жидкости разрыва в породе и отсутствии выраженного осаждения взвешенных частиц система уравнений, рассмотренная в разделах 2.1–2.2, примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} &= -2v, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} &= -2v - \frac{\alpha}{1-\alpha} w, \\ \frac{\partial(\alpha \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha \varepsilon u)}{\partial x} &= -\frac{\alpha}{1-\alpha} w, \\ u &= -\frac{b}{12\eta_\alpha} \delta^2 \frac{\partial \delta}{\partial x}, \\ \frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{v}{\beta}; \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$p = b\delta, \quad b = \frac{4\mu_\sigma}{\pi(1-\nu_\sigma)h}; \quad v = \begin{cases} v_n, & \varepsilon > 0 \\ 0, & \varepsilon = 0 \end{cases}, \quad w = \begin{cases} \frac{\delta}{h} w_g, & \varepsilon > 0 \\ 0, & \varepsilon = 0 \end{cases};$$

$$v_n = \frac{kb\delta}{\eta Y}; \quad w_g = \frac{(1-\alpha_*)\eta}{\eta_\alpha} w_{g0}, \quad w_{g0} = \frac{2(\rho_p - \rho_l)gr^2}{9\eta}, \quad \eta_\alpha = \eta(1-\alpha)^{-m}.$$

При достижении  $\alpha$  максимального значения свободная область исчезает ( $\varepsilon = 0$ ).

Начальные и граничные условия, дополняющие основную систему уравнений (2.19), имеют вид:

$$\delta(x, 0) = \varepsilon(x, 0) = q(x, 0) = Y(x, 0) = 0, \quad x > 0, \quad (2.20)$$

$$q(0, t) = \varepsilon(0, t)u(0, t) = Q(t)/(2h), \quad (2.21)$$

$$\alpha(0, t) = A(t). \quad (2.22)$$

Полагается, что трещина развивается симметрично относительно ствола скважины, поэтому  $Q(t)$  – объемный расход смеси, подаваемый в оба крыла трещины, м<sup>3</sup>/с.

Параметры закачки, прочностные свойства, параметры литологии, используемые при численном расчете, приводятся в таблице 2.1.

График закачки жидкости разрыва и профиль концентрации проппанта для данного эксперимента изображены на рис. 2.8. Отмечается, что снижение расхода жидкости и объемного содержания проппанта в закачиваемой смеси осуществляется намеренно с целью предупреждения преждевременного роста концентрации проппантной набивки трещины и остановки ее роста.

Таблица 2.1 – Параметры, принятые при моделировании

Параметр	Величина	Ед. измерения	Значение
$k$	Проницаемость породы	$\text{м}^2$	$3,2 \cdot 10^{-15}$
$\eta$	Вязкость геля	$\text{Па} \cdot \text{с}$	$(75-125) \cdot 10^{-3}$
$\beta$	Пористость породы	д. ед.	0,155
$\nu_\sigma$	Коэффициент Пуассона	безразмерн.	0,25
$\mu_\sigma$	Модуль сдвига материала	Па	$8,5 \cdot 10^9$
$h$	Мощность коллектора	м	40
$\rho_p$	Плотность жидкости разрыва	$\text{кг}/\text{м}^3$	$10^3$
$\rho_l$	Плотность проппанта	$\text{кг}/\text{м}^3$	$2 \cdot 10^3$
$r$	Радиус частицы	м	$0,25 \cdot 10^{-3}$
$g$	Ускорение свободного падения	$\text{м}/\text{с}^2$	10
$\alpha_*$	Объемное содержание	д. ед.	0,66
$m$	Показатель степени	безразмерн.	1,82
$t$	Полное время закачки	мин	27

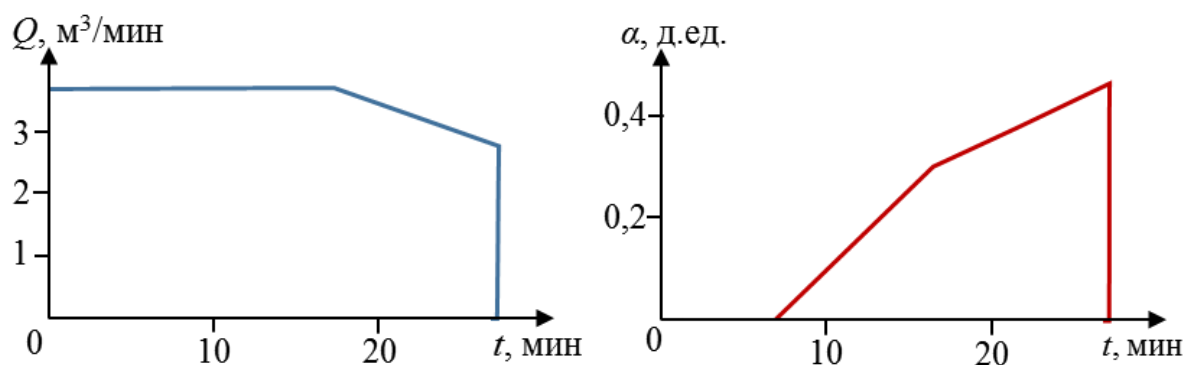


Рисунок 2.8 – Объемный расход смеси  $Q$  и объемное содержание проппанта от времени  $t$

Динамика раскрытия трещины в некоторые моменты времени  $t = 7, 14, 21, 28, 35$  (время указано в минутах) приведена на рис. 2.9.

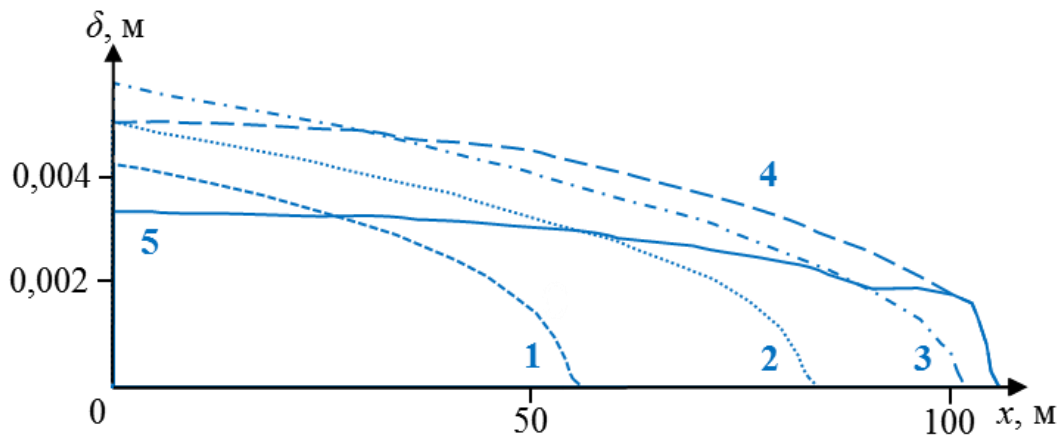


Рисунок 2.9 – Средняя ширина трещины  $\delta$  вдоль продольной координаты  $x$  в моменты времени  $t = 7, 14, 21, 28, 35$

Из рисунка видно, что в момент времени, соответствующий закачке оторочки (кривая 1), трещина уже имеет значительную ширину в начальном сечении. В указанном временном промежутке также идет набор максимальной высоты трещины. В следующих состояниях (кривые 2-4) трещина распространяется преимущественно в продольном направлении, при этом ширина трещины увеличивается незначительно. Окончательный вид трещины, соответствующий кривой 5 на рис. 2.9, характеризуется меньшей средней шириной, что обусловлено воздействием горных сил на воссозданную трещину после прекращения закачки и фильтрации жидкости разрыва в породе после деструкции полимеров и снижения вязкости.

Окончательная форма трещины, закрепленной на проппанте, в момент окончания закачки жидкости, представлена на рис. 2.10:

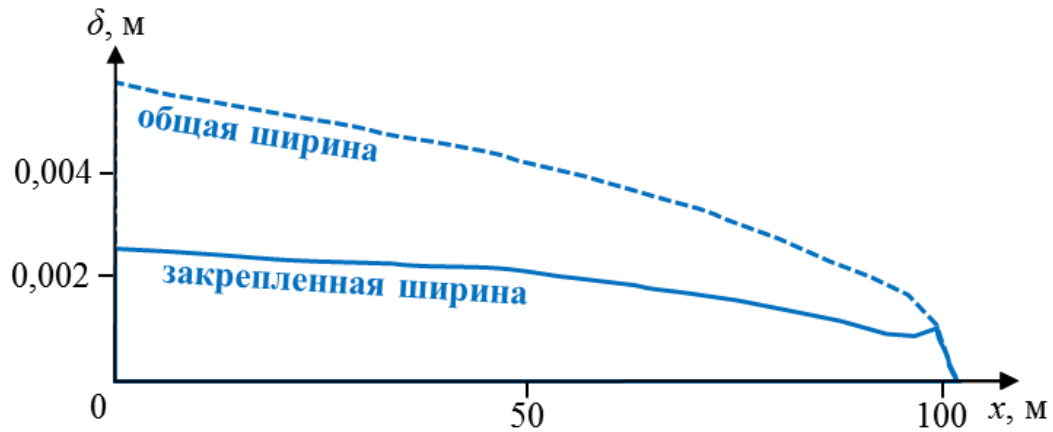


Рисунок 2.10 – Профиль трещины на момент остановки подачи смеси и закрепленная ширина

С целью определения зависимости остаточной формы трещины от изменения вязкости закачиваемого геля был проведен вычислительный эксперимент. Для этого дополнительно к расчету, представленному на рис. 2.9 и 2.10, выполнено два расчета с изменением вязкости жидкости разрыва на 25 %.

Влияние вязкости геля на остаточную форму трещины представлено на рис. 2.11.

Базовый расчет, основанный на данных из табл. 1, на рис. 2.11 обозначен цифрой 2. Из представленных графиков видно, что при уменьшении вязкости закачиваемой жидкости длина трещины сокращается в среднем на 8-10 %. Максимальную длину имеет трещина при закачке жидкости наибольшей вязкости –  $125 \cdot 10^{-3}$  Па·с (кривая 1).

Изменения формы трещины в окрестности «носика» обусловлены увеличением концентрации частиц. В случае с минимальной вязкостью (кривая 3), рост трещины прекращается раньше, но при этом трещина имеет сравнительно большую среднюю закрепленную ширину в конечном сечении и меньшую в начальном. Последнее объясняется падением избыточного давления при закачке менее вязкого геля.

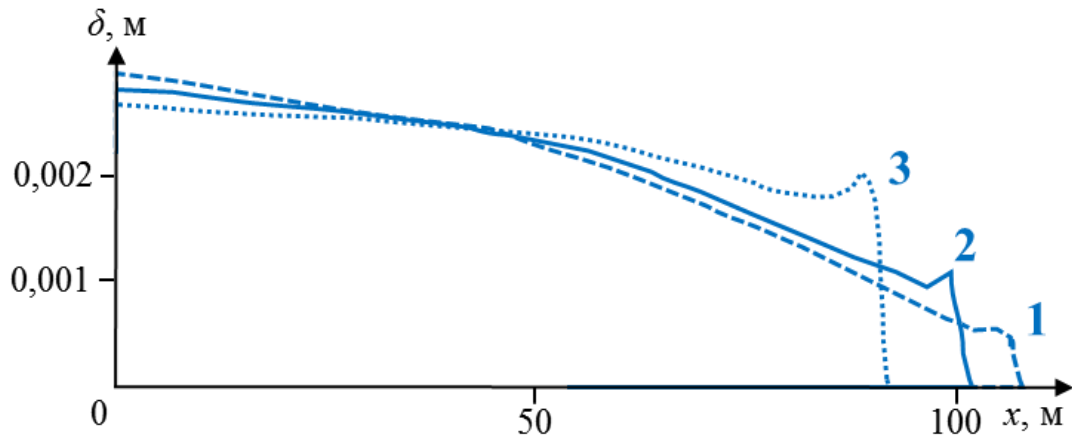


Рисунок 2.11 – Закрепленная ширина трещины  $\delta$ ;  
вязкость геля  $\eta = (125, 100, 75) \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$

Данный подход позволяет производить экспресс-оценку геометрических параметров трещины гидроразрыва при закачке в трещину жидкости значительной вязкости с примесью твердых частиц.

При закачке вязкого геля с высокой несущей способностью в коллектор с низкой проницаемостью процесс формирования трещины гидроразрыва отличается от представленного в разделах 2.1, 2.2. Стоит отметить, что движение взвешенных частиц в потоке при росте концентрации в окрестности «носика» трещины будет существенно определять ее окончательную форму, результаты расчета подтверждают выводы из работы [145]. Для формирования в породе протяженной трещины в расчете производится изменение параметров закачки и свойств жидкости разрыва в части изменения скорости подачи смеси и концентрации частиц.

Приведенные результаты носят преимущественно академический характер, при этом могут быть использованы в работе специалистов, занимающихся изучением процесса гидроразрыва пласта, для увеличения компетенции в области методологии и разработки альтернативных подходов при анализе.

## 2.6 Сравнительный анализ результатов расчета

В текущем разделе приводится сравнительный анализ результатов расчетов, выполненных для жидкостей разрыва различной вязкости. Сравниваются геометрические параметры трещины, полученные на моделях (2.9), (2.19). Далее по тексту модель (2.9) принимается «базовой», (2.19) – «дополнительной».

Исходные данные вычислительного эксперимента задаются согласно табл. 2.1 и рис. 2.8 (см. раздел 2.6). Результаты по аналогии из предыдущими вычислениями представлены на моменты времени  $t = 7, 14, 21, 28, 35$  (время указано в минутах), которые для определенности обозначены как T1, T2, T3, T4, T5. Вязкость жидкости разрыва отлична от примера, представленного в разделе 2.5, и принимается значениями  $\eta = (40, 75, 125) \cdot 10^{-3}$  Па · с.

Результаты расчетов представлены на рис. 2.12-рис. 2.23. Сравнению подлежат измененная во времени геометрическая форма трещины и концентрация частиц, различие профилей которой обусловлено подходами к определению области внутри трещины, по которой осуществляется поступательное движение частиц. В основу дополнительной модели положено предположение о том, что сила, воздействующая на частицу при контакте со стенкой трещины, не способна удержать эту частицу у берегов трещины и она срывается обратно в «ядро» потока, где продолжает свое движение к носику трещины, либо оседает под действием силы тяжести.

На всех представленных рисунках итоговая (закрепленная) ширина трещины обозначена красным цветом, указанному состоянию соответствует момент времени T5.

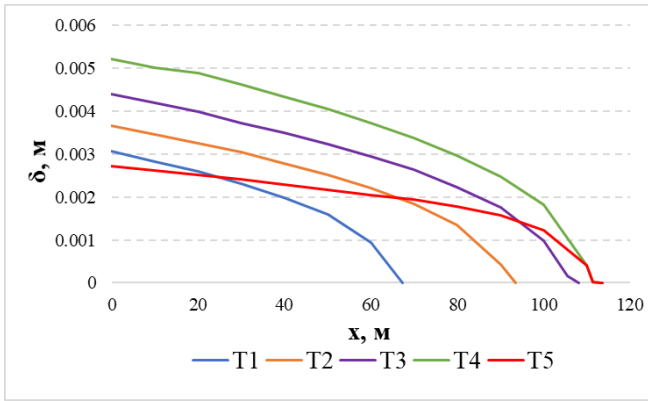


Рисунок 2.12 – Базовая модель.

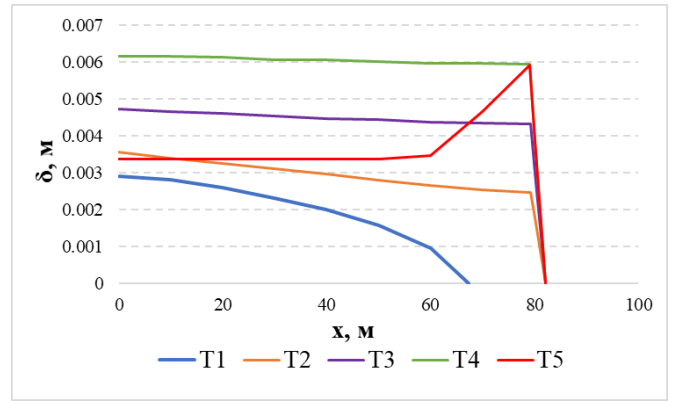
Профиль трещины,  $\eta = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ 

Рисунок 2.13 – Дополн. модель.

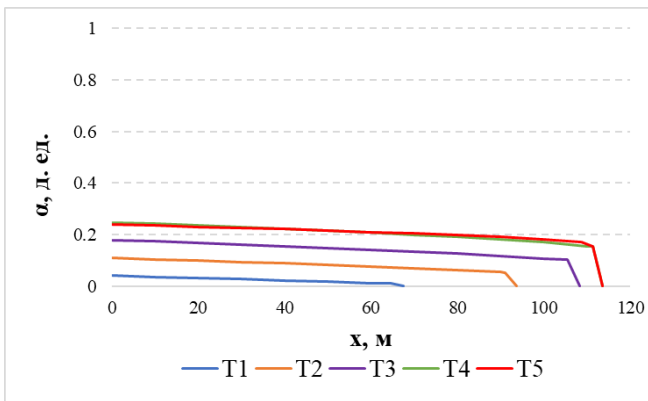
Профиль трещины,  $\eta = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ 

Рисунок 2.14 – Базовая модель.

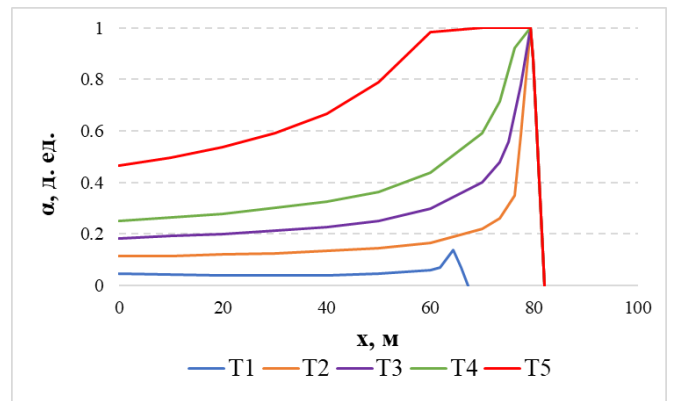
Концентрация,  $\eta = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ 

Рисунок 2.15 – Дополн. модель.

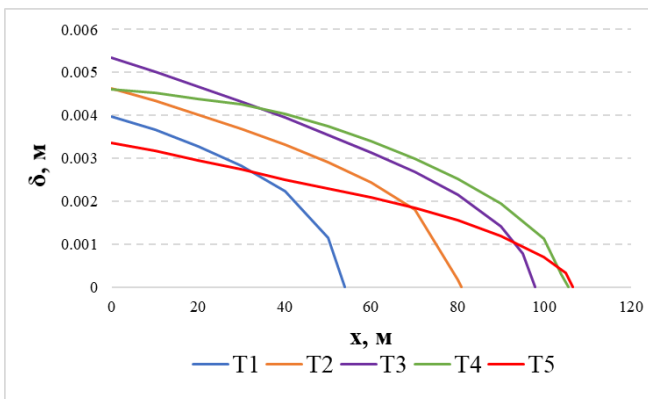
Концентрация,  $\eta = 40 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ 

Рисунок 2.16 – Базовая модель.

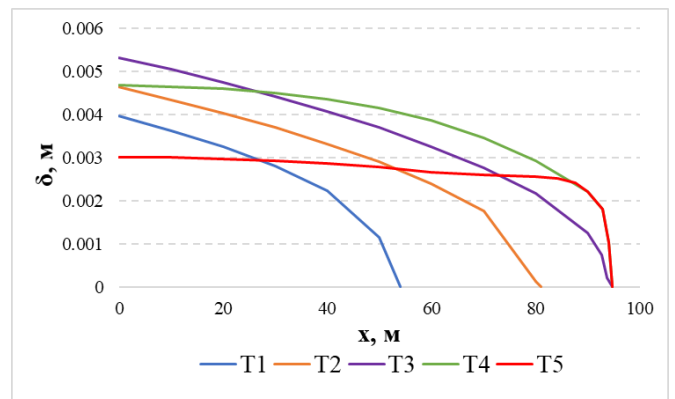
Профиль трещины,  $\eta = 75 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$ 

Рисунок 2.17 – Дополн. модель.

Профиль трещины,  $\eta = 75 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$



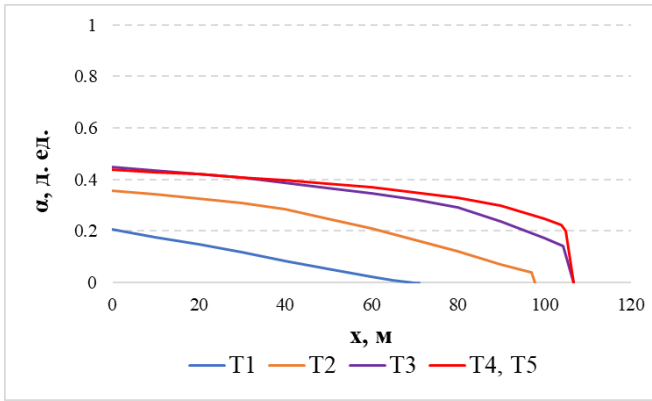


Рисунок 2.18 – Базовая модель.  
Концентрация,  $\eta = 75 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$

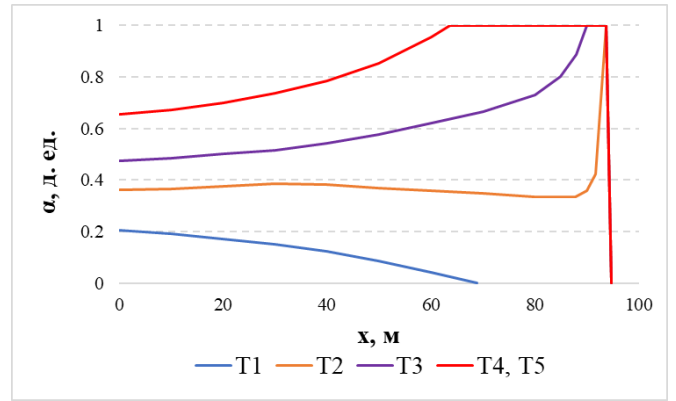


Рисунок 2.19 – Дополн. модель.  
Концентрация,  $\eta = 75 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$

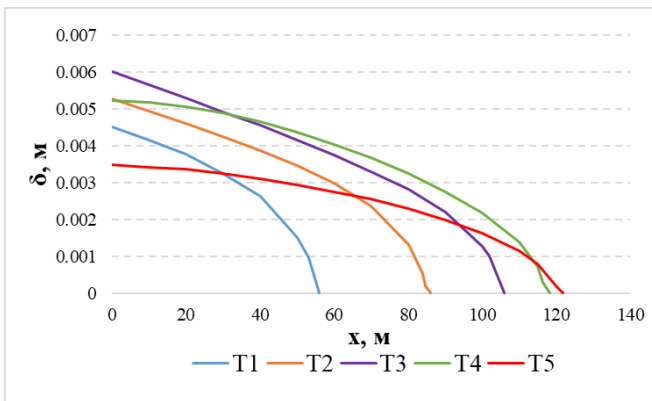


Рисунок 2.20 – Базовая модель.  
Профиль трещины,  $\eta = 125 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$

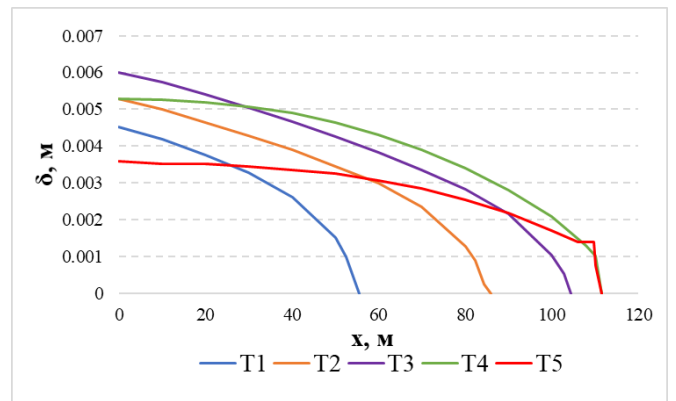


Рисунок 2.21 – Дополн модель.  
Профиль трещины  $\eta = 125 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$

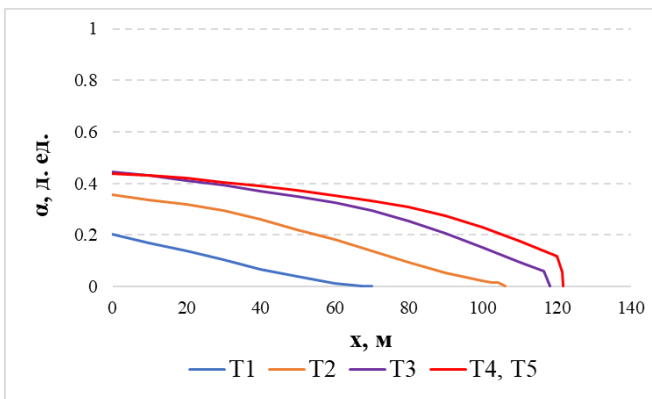


Рисунок 2.22 – Базовая модель.  
Концентрация,  $\eta = 125 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$

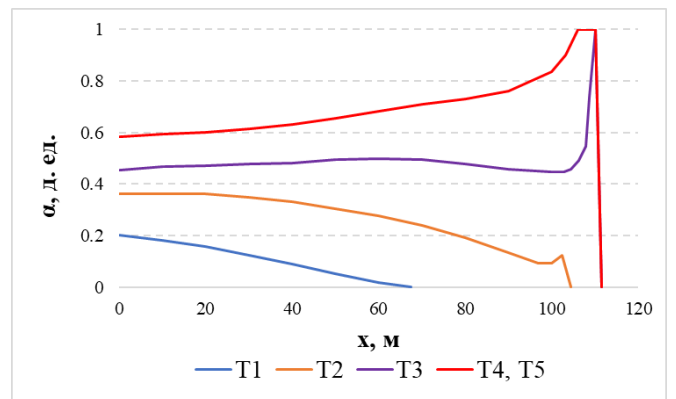


Рисунок 2.23 – Дополн. модель.  
Концентрация,  $\eta = 125 \cdot 10^{-3} \text{ Па} \cdot \text{с}$

Отмечается, что при низкой несущей способности жидкости (рис. 2.12-2.14) «дополнительная» модель дает худшие результаты с позиции оценки профиля трещины. Этот факт объясняется тем, что предположение о движении всего фронта частиц в трещине (в том числе в пристеночной области) при интенсивных утечках в пласт дает быстрый рост концентрации (нанос проппанта) в носовой ее части, что блокирует ее рост в длину. По мере увеличения вязкости жидкости (рис. 2.15-2.23) отмечается, что данная модель дает более «физичные» результаты. Данное обстоятельство видится вполне логичным, т.к. при повышении вязкости несущей жидкости снижается интенсивность осаждения частиц под действием сил гравитации, как и интенсивность утечек в пласт, что приводит к увеличению протяженности трещины. Границами применимости дополнительной модели служит величина вязкости жидкости разрыва, что на практике не позволяет производить оценку при проведении ГРП на основе линейного геля. При этом указанная модель может быть использована также при моделировании ГРП с закачкой проппанта с размерами частиц более  $1 \cdot 10^{-3}$  м., сопоставимыми с шириной трещины  $3-4 \cdot 10^{-3}$  м., что делает справедливым утверждение о том, что частица крупных размеров на пористой поверхности при наличии малой фильтрации в породе продолжит поступательное движение вдоль трещины. Шероховатость стенки, препятствующая продольному перемещению, справедливая в случае с предположением базовой модели, не способна зафиксировать частицу в пристеночном слое.

## **Основные выводы к главе 2**

В главе 2 приводится описание метода исследования математической модели, основанной на РКН-постановке, описывающей процесс формирования остаточной формы трещины гидроразрыва в упругой изотропной среде при закачке в скважину вязкой жидкости разрыва.

Представленная математическая постановка позволяет описывать трещины гидроразрыва, инициируемые на значительной глубине, что в большинстве

случаев (кроме аномальных) определяет их вертикальную ориентацию в пространстве.

К основному преимуществу использованного подхода к моделированию стоит отнести возможность учета влияния фильтрационных утечек в породу и последующего поведения взвешенных частиц на процесс формирования трещины, а именно взаимодействие частиц проппанта со стенкой трещины, дрейф, осаждение.

Уточненная модель также дает возможность работать с описанием технологически неоднородных жидкостей разрыва, используемых при проведении операции на скважине, что является помимо учета осадка существенным отличием от модели из работы [146]. Позволяет произвести оценку возможных осложнений, связанных с возникновением проппантных пробок, которые существенно уменьшают потенциал роста трещины [145].

С использованием указанной модели может быть решена задача ступенчатой закачки проппанта. Интерес к подобного рода задачам обусловлен прежде всего тем, что технологически это позволит избежать обводнения скважины за счет прорыва трещины в водонасыщенные интервалы пласта. Закачка проппанта с низкими фильтрационными характеристиками в подошвенной части трещины позволит закрепить трещину и избежать нежелательного притока воды из подошвенной части пласта. Последующая же закачка более проницаемого агента позволяет воссоздать среду с высокой проводимостью вдоль направления развития трещины, по которой будет фильтроваться основной поток добываемой из пласта жидкости.

Установлена связь между величиной объемного содержания частиц в смеси, скоростью их падения, средней скоростью и протяженностью роста самой трещины при разных режимах закачки.

Дополнительно рассмотрен случай закачки геля значительной вязкости в пласт с низкими коллекторскими свойствами, при котором осаждения взвешенных частиц практически не происходит, что позволяет произвести оценку «дополнительной» модели, границ ее применимости. Показано, что в случае

невысоких фильтрационных утечек, а, следовательно, высокой эффективности жидкости разрыва наблюдается изменение формы трещины в окрестности ее «носика». Данная особенность решения объясняется увеличением концентрации частиц в указанной области и остановкой роста трещины в длину по причине отсутствия в сечении свободной от осадка области.

### ГЛАВА 3 ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

#### 3.1 Описание разностной схемы

Система уравнений (2.9) при записи через функцию потока примет следующий «размерный» вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} &= -2v, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} &= -\frac{2}{1-\alpha}v - \frac{\alpha}{1-\alpha}w, \\ \frac{\partial(\alpha\varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha q)}{\partial x} &= -\frac{2\alpha}{1-\alpha}v - \frac{\alpha}{1-\alpha}w, \\ q &= -\frac{b}{12\eta_\alpha}\varepsilon^3 \frac{\partial \delta}{\partial x}, \\ \frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{v}{\beta'} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$p = b\delta, b = \frac{4\mu_\sigma}{\pi(1-\nu_\sigma)h}; v = \begin{cases} v_n, \varepsilon > 0 \\ 0, \varepsilon = 0 \end{cases}, w = \begin{cases} \frac{\delta}{h}w_g, \varepsilon > 0 \\ 0, \varepsilon = 0 \end{cases};$$

$$v_n = \frac{kb\delta}{\eta Y}; w_g = \frac{(1-\alpha_*)\eta}{\eta_\alpha}w_{g0}, w_{g0} = \frac{2(\rho_p - \rho_l)gr^2}{9\eta}, \eta_\alpha = \eta(1-\alpha)^{-m}.$$

Начальные и граничные условия в случае определения расхода на входе в трещину определены из (2.20), (2.21).

Система уравнений (3.1), описывающая формирование трещины ГРП при закачке вязкой жидкости в пласт в одномерной постановке, включает квазилинейное уравнение. Для решения системы применена явная разностная схема типа «крест».

Выбор данной схемы обусловлен особенностями реализации комплекса программ TSH FRAC, связанными с возможностью проведения вычислений на сервере, что в данном случае упрощает «распараллеливание» схемы при выполнении вычислений. Известно, что накладываемое на явную схему условие устойчивости потребует уменьшения шага интегрирования, однако, в случае выполнения вычислений на высокопроизводительном сервере данное обстоятельство не является критичным. При этом использование данной схемы

также определяет возможность «простого» разбиения расчетной области на подобласти с возможностью поиска значений искомой функции на нескольких вычислительных единицах с последующим сшиванием решений.

Перейдем к описанию дискретизации. Пространственный шаг обозначен через  $\Delta x$ , шаг по времени –  $\Delta t$ , число Куранта –  $Kr = \Delta t / \Delta x$ .

Сеточные функции средней ширины трещины, ширины свободной области, концентрации частиц и глубины пропитки на временном слое « $j$ » принимаются соответственно:

$$\delta_i^j, \varepsilon_i^j, \alpha_i^j, Y_i^j;$$

функция потока аппроксимируется со смещением на полшага, что является довольно распространенным приемом, влияющим на устойчивость:

$$q_{k+1/2}^j.$$

Функции скорости утечки жидкости гидроразрыва в породу и скорости гравитационного осаждения частиц смеси определены следующим образом:

$$v_i^j = \begin{cases} \frac{kb}{\eta} \frac{\delta_i^j}{Y_i^j}, \varepsilon_i^j > 0; \\ 0, \varepsilon_i^j = 0 \end{cases}; \quad (3.2)$$

$$w_i^j = \begin{cases} \frac{1}{h} \delta_i^j (1 - \alpha_* \alpha_i^j) (1 - \alpha_i^j)^m w_{g0}, \varepsilon_i^j > 0 \\ 0, \varepsilon_i^j = 0 \end{cases}. \quad (3.3)$$

Общий поступательный поток смеси запишется выражением:

$$q_{i+1/2}^j = -\frac{b}{12\eta} \left(1 - \frac{\alpha_{i+1}^j + \alpha_i^j}{2}\right)^m \left(\frac{\varepsilon_{i+1}^j + \varepsilon_i^j}{2}\right)^3 \frac{\delta_{i+1}^j - \delta_i^j}{\Delta x}, \quad (3.4)$$

в граничном узле  $q_{1/2}^j$  и  $\alpha_0^j$  – есть заданные функции времени.

Далее осуществляется переход на новый временной слой « $j + 1$ ». Определение ширины трещины, ширины свободной области и объемное содержание взвешенных частиц выполнено соответственно:

$$\begin{aligned}
\delta_i^{j+1} &= \delta_i^j - Kr(q_{i+1/2}^j - q_{i-1/2}^j) - 2v_i^j \Delta t, \\
\varepsilon_i^{j+1} &= \varepsilon_i^j - Kr(q_{i+1/2}^j - q_{i-1/2}^j) - \frac{2}{1 - \alpha_i^j} v_i^j \Delta t - \frac{\alpha_i^j}{1 - \alpha_i^j} w_i^j \Delta t, \\
\alpha_i^{j+1} \varepsilon_i^{j+1} &= \alpha_i^j \varepsilon_i^j - Kr \left( \frac{\alpha_{i+1}^j + \alpha_i^j}{2} q_{i+1/2}^j - \frac{\alpha_{i+1}^j + \alpha_i^j}{2} q_{i-1/2}^j \right) - \\
&\quad - \frac{2\alpha_i^j}{1 - \alpha_i^j} v_i^j \Delta t - \frac{\alpha_i^j}{1 - \alpha_i^j} w_i^j \Delta t.
\end{aligned} \tag{3.5}$$

В дальнейшем осуществляется переход на следующий временной слой и процедура повторяется. Для системы алгебраических уравнений (3.5) несложно определяются соответствующие коэффициенты.

Используемая разностная схема со смещенными потоками

$$\delta_i^j, q_{i+1/2}^j, \dots;$$

аппроксимирует систему дифференциальных уравнений с точностью  $O(\Delta t + (\Delta x)^2)$  [147].

### 3.2 Исследование устойчивости

Для исследования устойчивости схемы применяется метод гармоник. Анализ проводится для линеаризованной постановки, границу отодвигается на бесконечность и полагается отсутствие фильтрации в породе. Разностные уравнение (3.4) и уравнение для определения ширины трещины в случае отсутствия утечек из (3.5) примут вид:

$$\begin{aligned}
q_{k+1/2}^j &= -a^2 \frac{\delta_{k+1}^j - \delta_k^j}{\Delta x}, \\
\delta_k^{j+1} &= \delta_k^j - Kr(q_{k+1/2}^j - q_{k-1/2}^j),
\end{aligned} \tag{3.6}$$

что сводится к разностному уравнению:

$$\frac{\delta_k^{j+1} - \delta_k^j}{\Delta t} = a^2 \frac{\delta_{k+1}^j - 2\delta_k^j + \delta_{k-1}^j}{(\Delta x)^2}, \quad a^2 > 0. \tag{3.7}$$

К рассмотрению принимаются частные разностные решения вида

$$\delta_k^j = \delta_0 + \delta_m q^j \xi^k, \tag{3.8}$$

где  $\xi = e^{i\varphi}$ ;  $\delta_m$  – амплитуда гармоники,  $i$  – мнимая единица,  $\varphi$  – произвольное действительное число,  $q(\varphi)$  – комплексное число, подлежащее определению. Для пространственной периодичности полагается  $\varphi \neq 0$ .

В результате может быть записано однородное уравнение:

$$\frac{q^{j+1}\xi^k - q^j\xi^k}{\Delta t} = a^2 \frac{q^j\xi^{k+1} - 2q^j\xi^k + q^j\xi^{k-1}}{(\Delta x)^2}, \quad (3.9)$$

или иначе

$$\frac{q - 1}{\Delta t} = a^2 \frac{\xi - 2 + 1/\xi}{(\Delta x)^2}. \quad (3.10)$$

Учитывая, что

$$\xi = e^{i\varphi}, \xi^{-1} = e^{-i\varphi},$$

правая часть (3.10) запишется:

$$\frac{\xi - 2 + \xi^{-1}}{(\Delta x)^2} = \frac{e^{i\varphi} - 2 + e^{-i\varphi}}{(\Delta x)^2} = \frac{2 \cos \varphi - 2}{(\Delta x)^2} = \frac{-4 \sin^2(\varphi/2)}{(\Delta x)^2} = -k^2 < 0, \quad (3.11)$$

где  $k$  – некоторое действительное число, не равное нулю. Следовательно, (3.10) с учетом (3.11) переписывается:

$$q = 1 - a^2 k^2 \Delta t, \quad (3.12)$$

так что при достаточно малом  $\Delta t$  видно, что  $|q| < 1$ , это означает «устойчивость» представленной численной схемы (гармоники со временем затухают).

Условие устойчивости может быть получено из выражения (3.13), для этого (3.12) следует переписать в виде:

$$q = 1 - 4ra^2 \sin^2(\varphi/2), \quad r = \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \quad (3.13)$$

Спектр оператора послойного перехода для (3.7) расположен на отрезке  $[1 - 4ra^2; 1]$  (рис. 3.1).



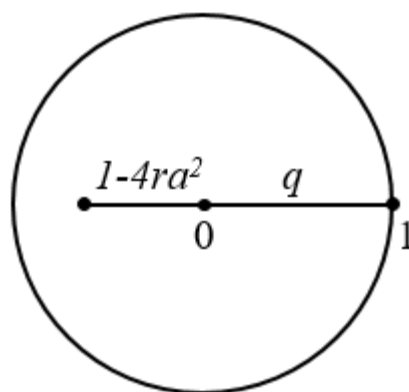


Рисунок 3.1 – Спектр оператора

Для выполнения условия устойчивости требуется выполнение неравенства:

$$1 - 4ra^2 \geq -1, \quad r \leq \frac{1}{2a^2}, \quad \Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2a^2}. \quad (3.14)$$

### 3.3. Автономные решения. Верификация

Рассматривается случай малых фильтрационных утечек жидкости разрыва в пласт, т.е. весь объем закачанной в пласт жидкости идет на формирование полости трещины.

Покажем, что для системы (3.1) существуют автономные решения степенного вида [148].

Поток движется вдоль направления распространения трещины со скоростью  $u$  по всей ее ширине, т.е.  $\delta = \varepsilon$ . Система (3.1) с учетом соотношения (2.1), связывающего избыточное давление со средней шириной, и уравнения импульсов (2.8) может быть переписана для скорости  $u$  в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} &= \frac{b\delta}{12\eta_\alpha} \frac{\partial}{\partial x} \left( \delta^2 \frac{\partial \delta}{\partial x} \right), \\ u &= -\frac{b}{12\eta_\alpha} \delta^2 \frac{\partial \delta}{\partial x}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Система дополняется граничным условием на носике трещины:

$$x = L(t), \quad \delta = 0$$

Вводится безразмерная автономная переменная  $\xi$ . Уравнения могут быть переписаны в предположении, чтобы фильтрационные утечки в породу

незначительны [148]. Параметры ширины трещины и скорости движения жидкости разрыва по трещине определяются следующим образом:

$$\delta(t, x) = t^n D^* D(\xi), \quad (3.16)$$

$$u(t, x) = t^r U^* U(\xi), \quad (3.17)$$

при этом

$$\xi = \frac{x}{E^* t^m}, \quad 0 \leq \xi \ll 1. \quad (3.18)$$

В (2.23)–(2.25) величины  $n, r, m, D, U, E$  – безразмерные параметры,  $D^*, U^*, E^*$  – размерные константы.

С использованием подстановки (3.16), (3.17) исходная система (3.15) запишется в виде:

$$nD - (m\xi - U) \frac{dD}{d\xi} = D \frac{d}{d\xi} \left( D^2 \frac{dD}{d\xi} \right),$$

$$U = -D^2 \frac{dD}{d\xi}. \quad (3.19)$$

Граничное условие в носике трещины реализуется как:

$$\xi = 0, \quad D = 0. \quad (3.20)$$

### Вычислительный тест № 1

Закачка жидкости разрыва в пласт производится при постоянном расходе на входе в трещину, граничное условие (2.21) для расхода на одно крыло трещины переписывается в виде:

$$x = 0, \quad \delta u = Q_0/h = const, \quad (3.21)$$

или в автомодельных переменных:

$$\xi = 0, \quad UD = 1, \quad (3.22)$$

Из записи граничного условия (3.22) определяется:

$$U^* D^* = Q_0/h. \quad (3.23)$$

Для определения  $n, r, m$  записывается система алгебраических уравнений из системы (3.19) и граничного условия (3.22):

$$\begin{aligned} 3n - m - r &= 0, \\ r - m + 1 &= 0, \\ n &= -r, \end{aligned} \quad (3.24)$$

из которой определяются значения параметров  $n, r, m$ :

$$n = \frac{1}{5}, \quad \mathbf{r} = -\frac{1}{5}, \quad m = \frac{4}{5}.$$

Из системы (3.19) и выражения (3.23) могут быть получены уравнения для определения размерных величин:

$$\begin{aligned} (U^*)^2 &= K^*(D^*)^3, \\ E^* &= U^* \quad , \\ U^*D^* &= Q_0/h. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Таким образом:

$$D^* = \left( \frac{Q_0^2}{h^2 K} \right)^{\frac{1}{5}}, \quad K = \frac{b}{12\eta_\alpha}, \quad (3.26)$$

$$U^* = E^* = \frac{Q_0}{D^*h}. \quad (3.27)$$

В работе [148] показано, что  $D^* = D(0) \approx 1,33$ , а также приведен подробный вывод уравнений. Ограничимся записью параметров средней ширины и длины трещины в автомодельных переменных:

$$\delta \approx 1,33D^*t^{1/5} \quad (3.28)$$

$$L \approx U^*t^{4/5} \quad (3.29)$$

Значения входных параметров для расчета приняты следующие (в размерных единицах):

$$Q_0 = 1 \text{ м}^3/\text{мин}, \quad \mu_\sigma = 8,5 \cdot 10^9 \text{ Па}, \quad \nu_\sigma = 0,25, \quad h = 20 \text{ м}, \quad \eta_\alpha = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Па} \cdot \text{с}. \quad (3.30)$$

Сравнение результатов расчета для авторской модели и модели из работы [148] приведены на рис. 3.2, 3.3, а именно изменение длины и ширины трещины с течением времени с принятыми входными значениями (3.30):

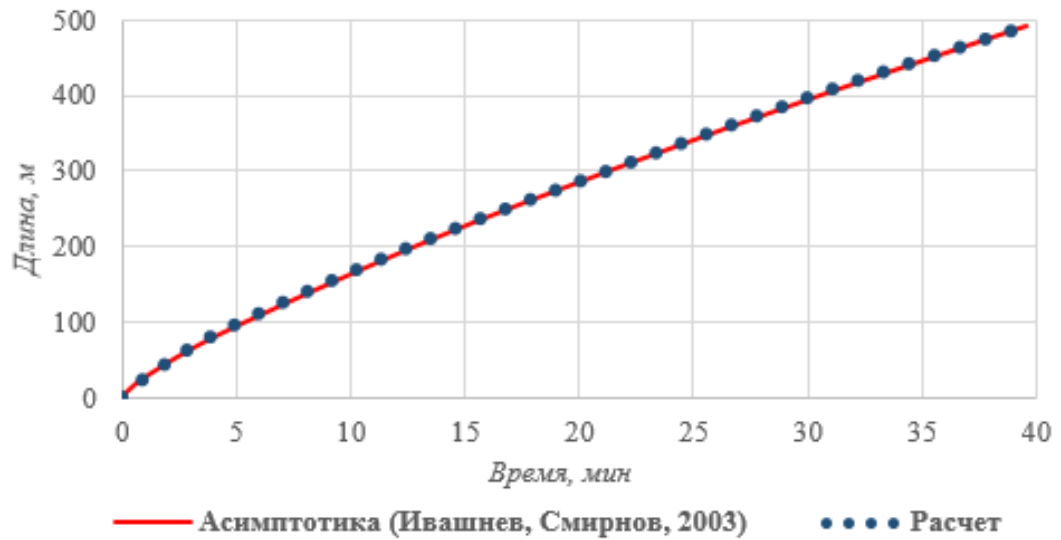


Рисунок 3.2 – Зависимость длины трещины от времени

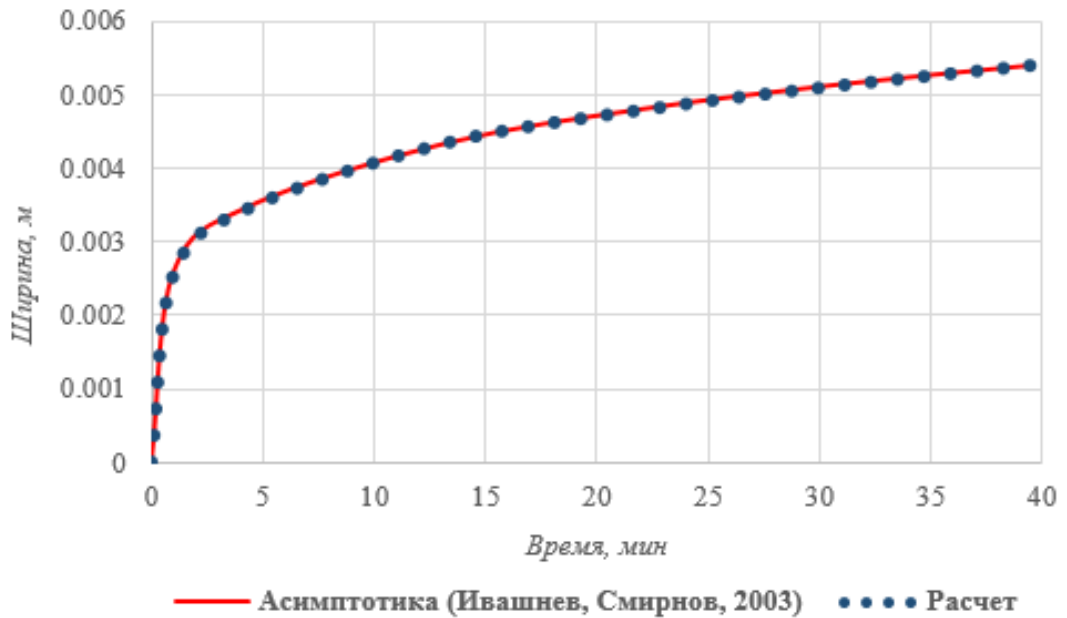


Рисунок 3.3 – Зависимость ширины трещины от времени

Профили трещины в некоторые моменты времени, соответствующие 4,4; 13,2; 22,0; 30,8; 39,6 мин., приведены на рис. 3.4.

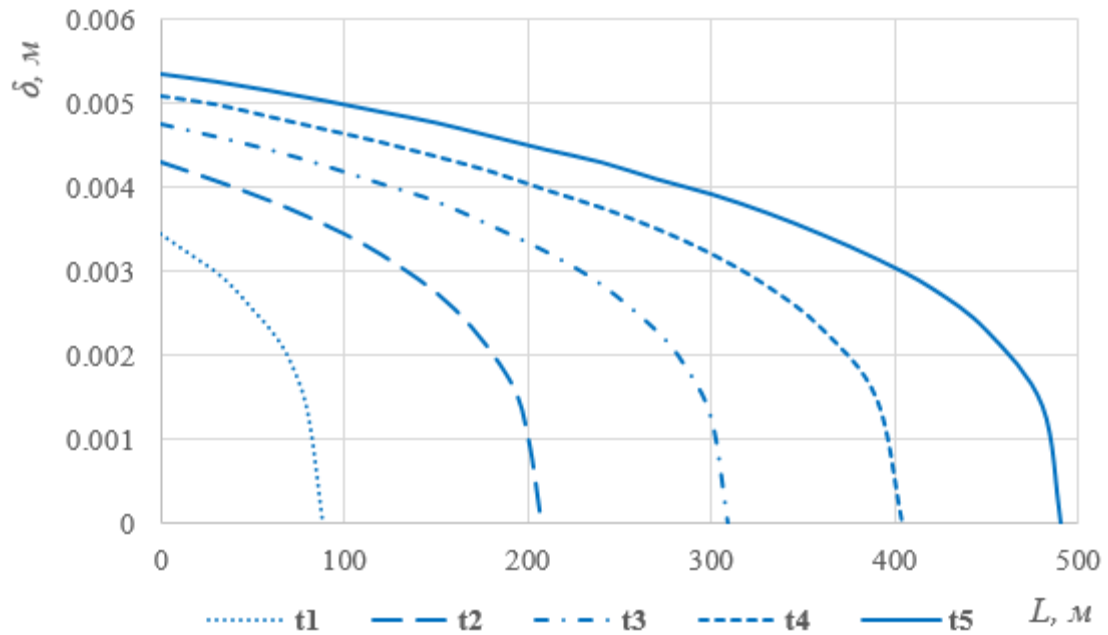


Рисунок 3.4 – Распределение геометрических параметров трещины во времени

Из рисунка видно, что после момента  $t3$  ширина трещины изменяется незначительно, отмечается существенное увеличение длины, что обусловлено в первую очередь режимом закачки.

### Вычислительный тест № 2

Закачка жидкости разрыва в пласт производится при постоянном давлении на входе в трещину, граничное условие может быть получено из (2.1), устанавливающего связь давления со средней шириной:

$$x = 0, \quad P_0 = b\delta = const. \quad (3.31)$$

Поскольку коэффициент  $b$  определяется упругими свойствами породы и свойствами жидкости разрыва и принимается постоянным, то средняя ширина трещины в процессе расчета (после набора высоты) не меняется с течением времени в начальном сечении, а растет лишь в длину. В автономных переменных:

$$\xi = 0, \quad D = 1. \quad (3.32)$$

Параметр  $D^*$  ширины трещины определяется как:

$$D^* = \frac{P_0}{\delta}. \quad (3.33)$$

Следовательно,  $n=0$ , а из первых двух уравнений (3.24) имеем:

$$\mathbf{r} = -\frac{1}{2}, \quad \mathbf{m} = \frac{1}{2}.$$

Остальные параметры определяются из первых двух уравнений (3.25) и (3.33):

$$U^* = E^* = \sqrt{K \left(\frac{P_0}{b}\right)^3}. \quad (3.34)$$

Длина трещины в автомодельных переменных запишется как:

$$L \approx 0,88U^*t^{1/2}. \quad (3.35)$$

Значения входных параметров для расчета приняты следующие (в размерных единицах):

$$P_0 = 3,61 \cdot 10^6 \text{ Па}, \quad \mu_\sigma = 8,5 \cdot 10^9 \text{ Па}, \quad \nu_\sigma = 0,25, \quad h = 20 \text{ м}, \\ \eta_\alpha = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Па} \cdot \text{с}. \quad (3.36)$$

Сравнение результатов расчета для авторской модели и модели из работы [148] приведены на рис. 3.5, 3.6, а именно изменение длины и ширины трещины с течением времени с принятыми входными значениями (3.36).

Профили трещины в некоторые моменты времени, соответствующие 1; 2; 3; 4; 5 мин., приведены на рис. 3.7.

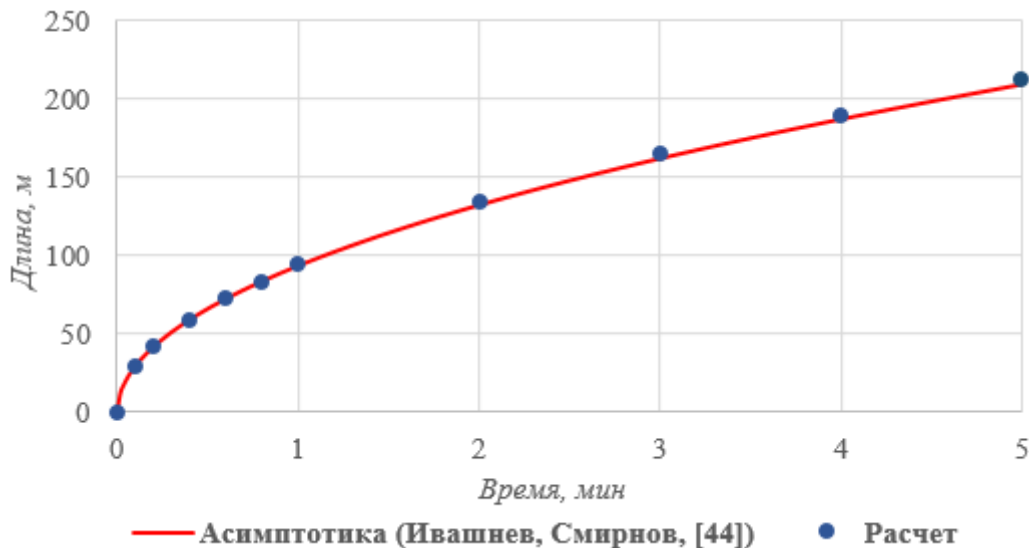


Рисунок 3.5 – Зависимость длины трещины от времени

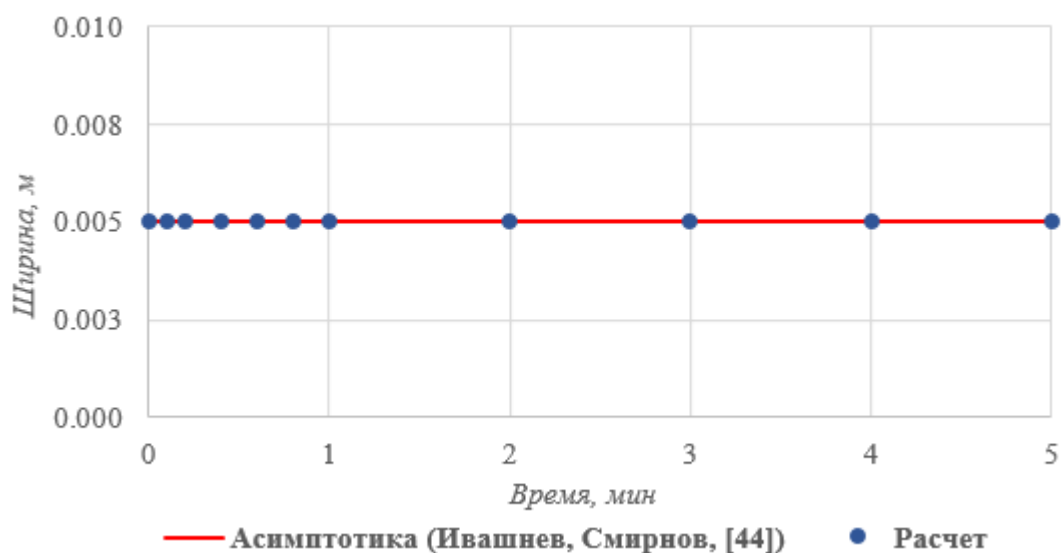


Рисунок 3.6 – Зависимость ширины трещины от времени

Из рисунка видно, что ширина трещины в начальном сечении, как было сказано выше, неизменна при данном режиме закачки.

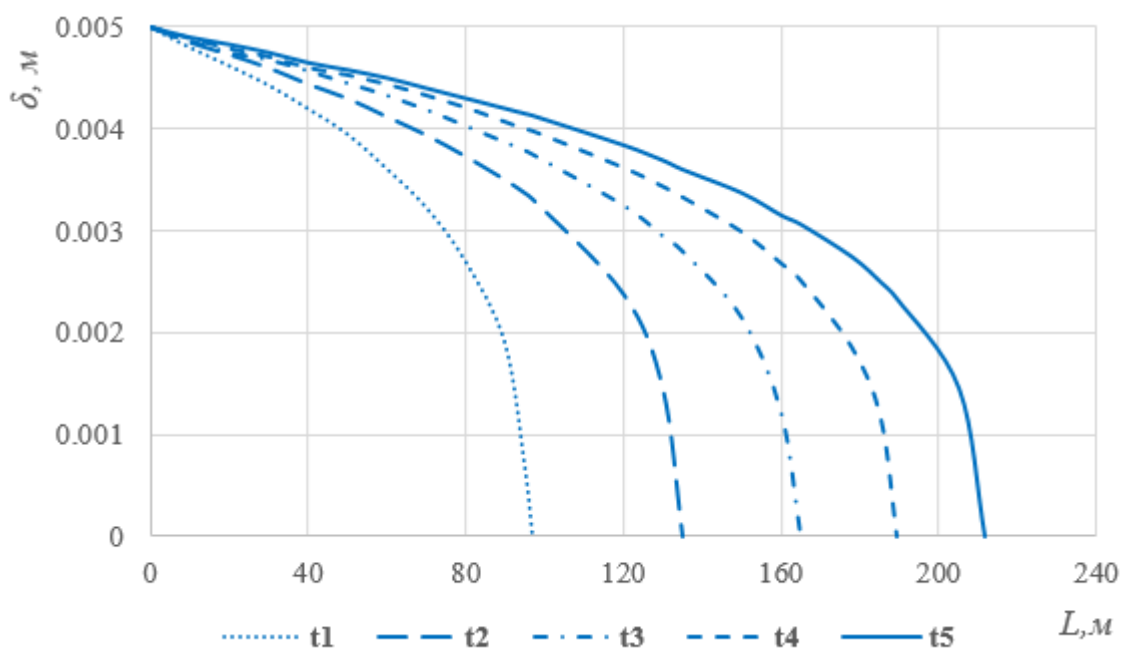


Рисунок 3.7 – Распределение геометрических параметров трещины во времени

### Основные выводы к главе 3

В главе 3 приводится описание численной схемы, позволяющей произвести дискретизацию системы уравнений из главы 2.

Для решения системы выбрана явная разностная схема по пятиточечному шаблону.

Выбор данной схемы обусловлен особенностями реализации комплекса программ TSH FRAC, связанными с возможностью проведения вычислений на сервере, что в данном случае упрощает «распараллеливание» схемы при выполнении вычислений. Известно, что накладываемое на явную схему условие устойчивости потребует уменьшения шага интегрирования, однако, в случае выполнения вычислений на высокопроизводительном сервере данное обстоятельство не является критичным. При этом использование данной схемы также определяет возможность «простого» разбиения расчетной области на подобласти с возможностью поиска значений искомой функции на нескольких вычислительных единицах с последующим сшиванием решений.

Приведено исследование устойчивости по начальным данным использованной конечно-разностной схемы с применением метода гармоник. Анализ проведен для линейного случая и бесконечной границы, утечки в пласт отсутствуют. Получено условие устойчивости.

Система уравнений из главы 2 обладает важным свойством автомодельности. В главе 3 рассмотрены автомодельные решения степенного вида для случая малых фильтрационных утечек. Полученные решения сравниваются с уже известными из работ О.Е. Ивашева и Н.Н. Смирнова [148], отмечается хорошая сходимость. Всего рассмотрено два случая, отличающихся постановкой условий на входе в трещину, а именно закачка при постоянном расходе и постоянном давлении. Приведены зависимости длины и ширины трещины от времени для каждого из случаев. Стоит отметить, что ширина трещины в начальном сечении при постоянном давлении неизменна, развитие трещины происходит по длине.



## ГЛАВА 4 КОМПЛЕКС ПРОГРАММ TSH FRAC. ВЫПОЛНЕНИЕ РАСЧЕТОВ

### 4.1 Описание комплекса программ

Для реализации численного метода для уточенной математической модели, из главы 2 разработан комплекс программ. Численное решение системы уравнений, заложенных в основу комплекса, приводится в главе 3.

Комплекс программ создан с использованием языка программирования C#. Произведена государственная регистрация комплекса, получено свидетельство о регистрации программы для ЭВМ «TSH FRAC Программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины при проведении гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятия и оценки рисков» (свидетельство № 2020619401 от 17.08.2020) [граф. прил. А].

Комплекс программ создан для выполнения экспресс-оценки параметров трещины гидроразрыва пласта, определения затрат на проведение, учета возможных рисков и осложнений при проведении мероприятия. Расчетные данные, полученные в ходе внутренних вычислений, могут быть визуализированы, выгружены в виде таблиц, рисунков, сводных отчетов [149]. Комплекс программ предназначен для использования специалистами различных профильных специальностей, связанных с инженерным сопровождением и экономическими расчетами.

При реализации использована архитектура «Клиент-Сервер». Процесс вычисления геометрии трещины может требовать большого количества итераций, особенно при многовариантных расчетах, что ведет к высокой нагрузке на персональный компьютер (далее ПК). Поскольку ПК инженеров большинства компаний не всегда отвечают требованиям высокой производительности, было принято решение вынести вычислительную часть в отдельное приложение комплекса программ, которое будет выполняться на высокопроизводительной рабочей станции - Сервере вычислений.

Клиентская часть (Клиент) позволяет сформировать параметры и отправить их в виде запроса на вычисление Серверу вычислений, принять и визуализировать ответ — результат вычисления. Как кейс использования, пользователь может отправить запрос на потенциально длительное вычисление, свернуть клиентское программное обеспечение, заниматься другими задачами, не занимая процессорное время своего ПК.

Сервер вычислений принимает запросы на вычисление от Клиентов, и для каждого такого запроса формирует вычислительный поток в пуле потоков. В конфигурационном файле приложения Сервера вычислений можно задать порт, на котором прослушиваются запросы на вычисление от клиентов, а также максимальное количество потоков, которое можно активировать в процессе одновременно. Если все потоки в пуле заняты, дополнительные рабочие элементы помещаются в очередь и ожидают их освобождения (рис. 4.1).

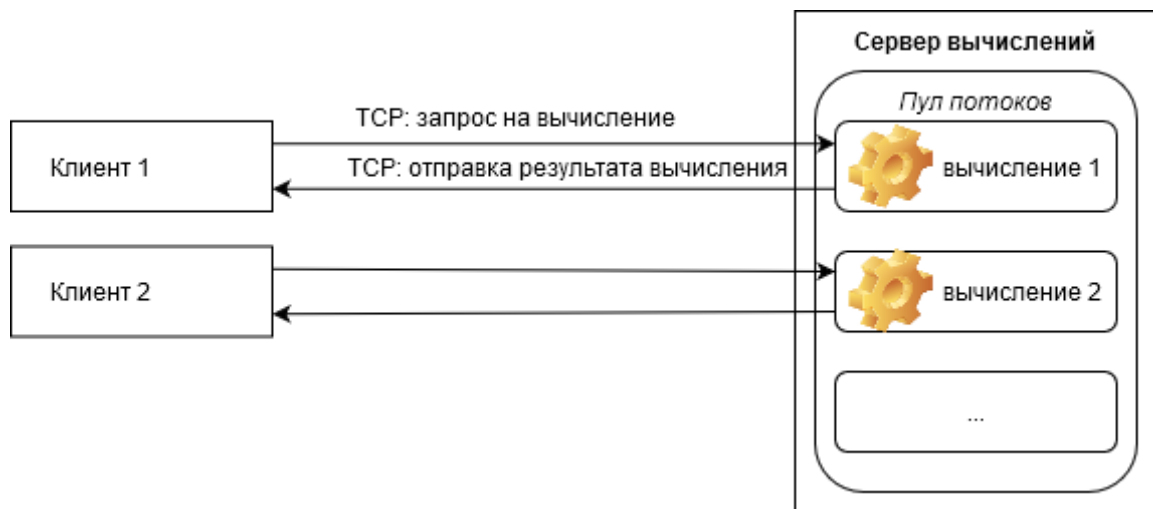


Рисунок 4.1 – Алгоритм взаимодействия

Последовательность при работе выглядит следующим образом:

1. пользователь вводит параметры вычисления в окне Клиента и нажимает «Расчет геометрии трещины»;
2. клиент устанавливает TCP- соединение (Transmission Control Protocol, протокол управления передачей) с Сервером и посылает текстовый запрос с параметрами;

3. сервер принимает текстовый запрос, формирует выделенный поток в пуле потоков для запуска вычисления с принятыми параметрами;

4. по окончанию расчета Сервер отправляет ответ Клиенту с результатом и журналом расчета;

К достоинствам подобной архитектуры можно отнести:

1. снижение требований к производительности ПК инженеров. У конечных пользователей остается достаточное количество производственной мощности для локальной работы;

2. возможность модернизации системы при изменении потребностей. Например, при добавлении нового расчета, изменении алгоритма текущего расчета.

3. простоту распараллеливания вычислений при использовании представленной явной численной схемы (глава 3).

Основным недостатком при использовании подобной архитектуры является то, что при недоступности Сервера вычислений конечный пользователь не может выполнять расчеты на локальном ПК.

Для обоснования принадлежности TSH FRAC к комплексам программ требуется ссылка на ГОСТ 19.101-77 «Виды программ и программных документов». Согласно указанному документу под комплексом программ понимается программа, состоящая из двух и более компонентов, выполняющих взаимосвязанные функции, применяемая самостоятельно или в составе другого комплекса [150].

Исходя из ст. 1261 ГК РФ и указанного ГОСТа [149] можно сделать вывод, что программы образуют комплекс программ только при условии того, что они нацелены на выполнение взаимосвязанных функций, приводящих к достижению искомого результата.

Для представленного комплекса программ TSH FRAC указанное условие выполняется как с точки зрения многопрофильного использования (инженерное и экономическое сопровождение проекта), так и реализованной архитектуры

«Клиент-Сервер». Вышеуказанное обстоятельство позволяет сделать вывод о том, что TSH FRAC является комплексом программ.

Общая структура комплекса представлена в виде блок-схемы на рис. 4.2.

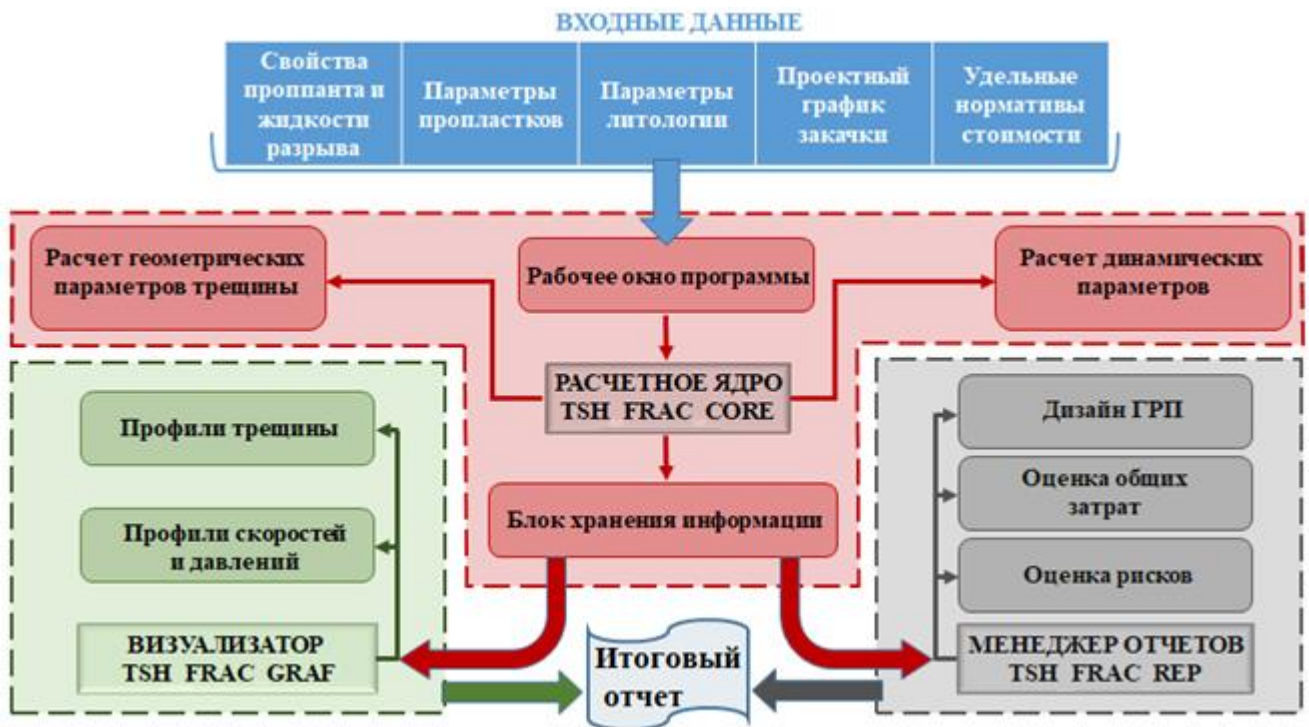


Рисунок 4.2 – Схематическое представление модульной структуры комплекса программ TSH FRAC

Проведем краткое описание принципа работы представленного комплекса программ TSH FRAC. Рисунки, иллюстрирующие работу комплекса программ вынесены для удобства в приложения, ссылки на приложения приводятся ниже по тексту.

В рабочее окно программы загружается некоторый объем информации, включающий в себя следующие обязательные данные (в системе СИ) [граф. прил. Б.1]:

- параметры жидкости разрыва и пропантов: тип пропанта, масса и концентрация пропанта, тип жидкости разрыва;
- параметры пласта: литология, отметки глубин, модуль Юнга, коэффициент Пуассона, проницаемость пласта, пористость пласта;

- программа закачки: время закачки оторочки, общее время закачки, расход жидкости разрыва, время продавки, начальная и конечная концентрации;

- удельные нормативы стоимости: компонент, подготовки смеси, оборудования, проведения отдельных операций, транспортировки, оплаты труда, замены насосного оборудования.

Для создания/сохранения файла проекта предусмотрен специальный внутренний формат .tsh.

В рабочем окне программы расположен пункт меню «Настройки», в соответствующих вкладках которого прописываются параметры выполнения расчета, настройки подключения к удаленному Серверу расчетов, настройки визуализации [граф. прил. 3-5].

Запуск расчета осуществляется по нажатию на кнопку «расчет геометрии трещины». Последовательно могут быть выполнены несколько расчетов. Для визуализации процесса вычислений запускается «журнал расчета», в котором отображается информация по выполняемым расчетам, расчетное время [граф. прил. Б.5]. По окончании выполнения выводится сообщение, в случае возникновения ошибки также выводится соответствующее оповещение.

Расчет параметров трещины, вывод графической информации в рабочем окне программы осуществляется при обращении к соответствующим пунктам меню [граф. прил. Б.6-8]. При этом предусмотрен экспорт указанной информации в виде отчетов в формате Excel, которые могут быть использованы профильными специалистами для анализа успешности проведения операций, оценки затратной части и рисков, сопряженных с не достижением проектных показателей [граф. прил. Б.9].

Оценка рисков, сопряженных с выполнением ГРП, может быть произведена с использованием пользовательских сценариев [граф. прил. Б.7]. Диапазон значений исходных и вычисляемых параметров определяется пользователем, после наступления события выводится соответствующее сообщение, содержащие текст предупреждения.

Пример определения события. В пласт закачивается вязкая жидкость разрыва, при этом есть вероятность, что инженер может совершить ошибку при выборе вязкости геля (занизить) для конкретного типа проппанта. В рабочем окне [граф. прил. Б.7], например, определяется значение минимальной проектной длины трещины. Заданное искомое значение может быть определено экспресс-методом по аналогии с ранее проведенными ГРП. Если указанная величина в ходе выполнения расчета не достигается, то выводится сообщение «Проектная длина не может быть достигнута по причине низкой несущей способности геля. Требуется увеличение вязкости». Инженер, выполняющий расчет, получает данную рекомендацию и может скорректировать указанный параметр для повышения успешности проектируемого мероприятия.

Экономическая оценка эффективности. Для проведения экономической оценки эффективности ГРП, принятия решения о целесообразности применения данного метода с целью повышения нефтеотдачи того или иного нефтяного или газового актива, требуется расчет стоимости 1 скважино-операции данного мероприятия.

Для формирования удельного норматива стоимости выполнения ГРП был определен перечень основных статей затрат, обоснованных процессом осуществления данного геолого-технического мероприятия (далее ГТМ), сформирован алгоритм расчета стоимости ГРП, учитывающий конкретные технологические условия проведения ГТМ и соответствующие ценовые предпосылки на входящие в него операции.

В качестве основных статей затрат по проведению 1 скважино-операции ГРП рассматриваются:

- затраты на мобилизацию и демобилизацию бригады капитального ремонта скважин (далее КРС) (Змобил., Здемобил.), тыс. р.
- затраты на оплату услуг бригады КРС (ЗКРС), тыс. р.;
- затраты на закачиваемый в процессе выполнения ГРП проппант (Зп), тыс. р.;
- затраты на подготовку жидкости разрыва (Зжр), тыс. р.;

- затраты на проведение геофизических исследований скважин (далее ГИС) после выполнения ГРП (ЗГИС), тыс. р.

Затраты на оплату услуг бригады КРС (ЗКРС) рассчитываются, исходя из количества бригадо-часов ( $T$ ), ед., потраченных на осуществление ГРП, и стоимости 1 бригадо-часа бригады КРС ( $R_{крс}$ ), тыс. р.:

$$ЗКРС = T * R_{крс}. \quad (4.1)$$

Затраты на закачиваемый в процессе выполнения ГРП проппант ( $Зп$ ) определяются, исходя из объема закачки проппанта ( $Qп$ ) согласно технологически обоснованным решениям, и стоимости 1 т проппанта ( $Rп$ ):

$$Зп = Qп * Rп. \quad (4.2)$$

Затраты на жидкость разрыва ( $Зжр$ ) определяются, исходя из необходимого объема жидкости разрыва в соответствии с расчетом ( $Qжр$ ) и стоимости ее подготовки за 1 т ( $Rжр$ ):

$$Зжр = Qжр * Rжр. \quad (4.3)$$

Таким образом, затраты на 1 скважино-операцию ГРП рассчитываются через агрегирование выше обозначенных показателей по следующей формуле:

$$ЗГРП = Змобил + ЗКРС + Зп + Зжр + Здемобил. \quad (4.4)$$

Предложенный подход определения удельной стоимости позволяет спрогнозировать затраты для различных видов ГРП (например, ГРП стандартный на наклонно-направленных скважинах (далее ННС), многозонный ГРП (далее МГРП) для горизонтальных скважин и МСС и др.), поскольку в основе оценки затрат заложены показатели, чувствительные к изменению его дизайна (объем проппанта и жидкости разрыва, период времени работы бригады КРС).

На основе стоимости 1 скважино-операции ГРП того или иного вида и количества ГТМ в динамике по годам могут быть рассчитаны затраты, которые потребуется учесть в денежном потоке при выполнении оценки экономической эффективности ГРП.

Описанный алгоритм расчета стоимости 1 скважино-операции ГРП заложен в TSH FRAC в качестве дополнительной опции. По итогам технологических расчетов и с учетом внесенных в программу актуальных экономических

параметров выполняется прогноз стоимости запланированного ГПП, формируется отчет для пользователя с описанием итогового расчета.

Стоит подчеркнуть, что возможность работы с TSH FRAC специалистов различного профиля позволяет позиционировать программный продукт, как комплекс.

Комплекс программ TSH FRAC используется при выполнении экспресс-расчетов при подборе скважин-кандидатов в Филиале ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть» в г. Тюмени [граф. прил. В.1] и имеет перспективы для развития при реализации в качестве пНИОКР.

#### **4.2 Проведение вычислительного эксперимента. Сравнение с результатами, полученными на зарубежном аналоге.**

Расчет параметров трещины производится с использованием фактического материала о проведенном ГПП (табл. 4.1).

Таблица 4.1. Параметры пропластков

Пропласток №	Литология	ВГ кровли (м)	Давление смыкания (МПа)	Модуль Юнга (МПа)	Коэффициент Пуассона	Проницаемость пласта (мкм <sup>2</sup> )
1	Глина	0	28	$2,2 \cdot 10^4$	0,30	$1,0 \cdot 10^{-7}$
2	Песчаник	1841	22	$1,2 \cdot 10^{-2}$	0,25	$1,5 \cdot 10^{-3}$
3	Глина	1882	22	$2,2 \cdot 10^{-2}$	0,30	$1,0 \cdot 10^{-7}$

Согласно теории Перкинса распространение трещины возможно в продольном направлении при сохранении ее высоты. Именно этим обусловлен выбор трехслойной модели «глина–коллектор–глина» изотропного пласта для проведения вычислительного эксперимента, схематически изображенного на рис. 4.3. В данном случае потенциал роста трещины в высоту заведомо ограничен, поэтому предполагается, что достигнута максимально возможная высота, определяемая мощность проницаемого слоя, верхние границы непроницаемы.



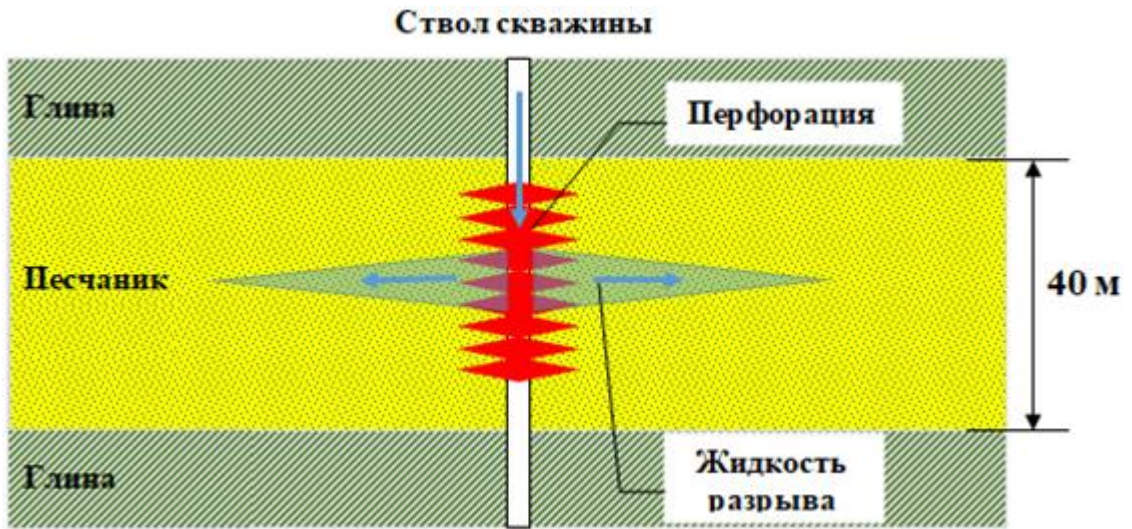


Рисунок 4.3 – Схематическое представление модели скважины в трехслойном изотропном пласте

Закачка производится при постоянном расходе на входе в трещину [141]. Концентрация смеси увеличивается линейно, в модели предусмотрен учет неоднородности смеси вдоль направления развития трещины в результате перемешивания частиц (рис. 4.4).

В данном эксперименте расчет произведен на проппанте с размером зерна  $2,1 \cdot 10^{-4}$ – $4,3 \cdot 10^{-4}$  м (фракция 40/70). При этом в процессе формирования трещины ее ширина значительно больше, составляет до  $6 \cdot 10^{-4}$  м, что позволяет частицам двигаться по трещине относительно беспрепятственно. Проппанты крупной фракции имеют большую проницаемость, но их продвижение по трещине затруднено прежде всего технологически, учитывая невысокое раскрытие трещины. В вычислительном эксперименте рассматривался линейный гель. Для такого вида геля, в отличие от сшитого, более характерен процесс падения частиц, учитывая порядок его вязкости ( $40 \cdot 10^{-3}$  Па·с).

На рис. 4.5 изображена динамика изменения общей ширины трещины и свободной области для некоторых последовательных моментов времени  $t=1, 3, 5, 7, 9$  (кривые 1-5). Результаты расчета по определению окончательной геометрии трещины приводятся на рис. 4.6.

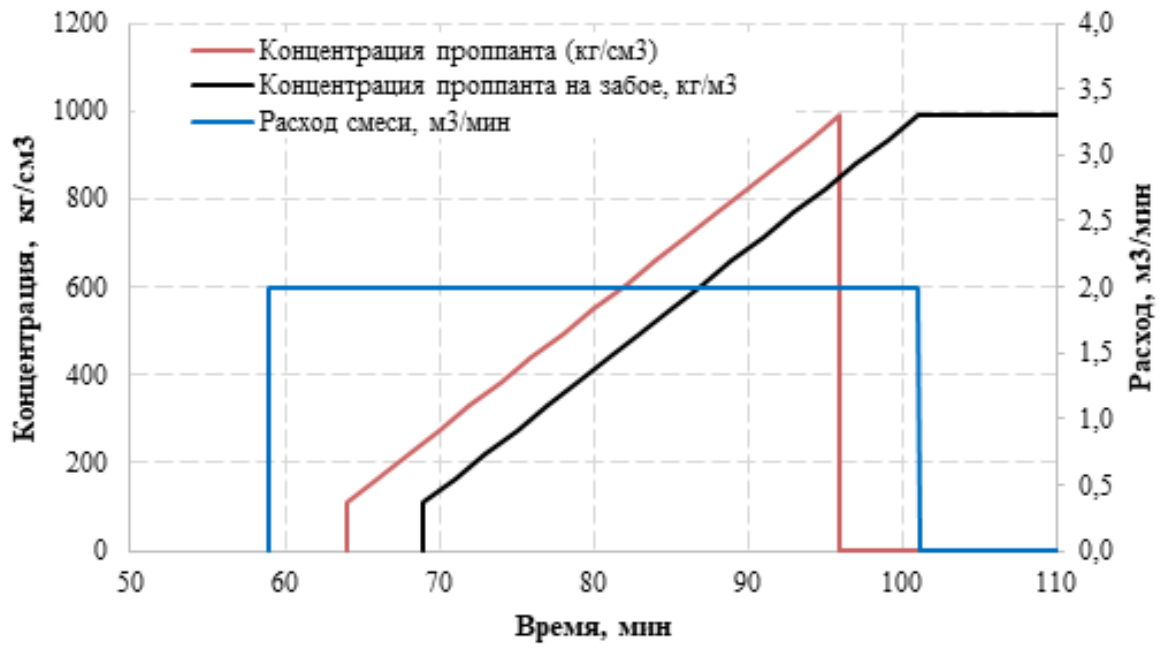


Рисунок 4.4 – Динамика закачки жидкости разрыва и проппанта

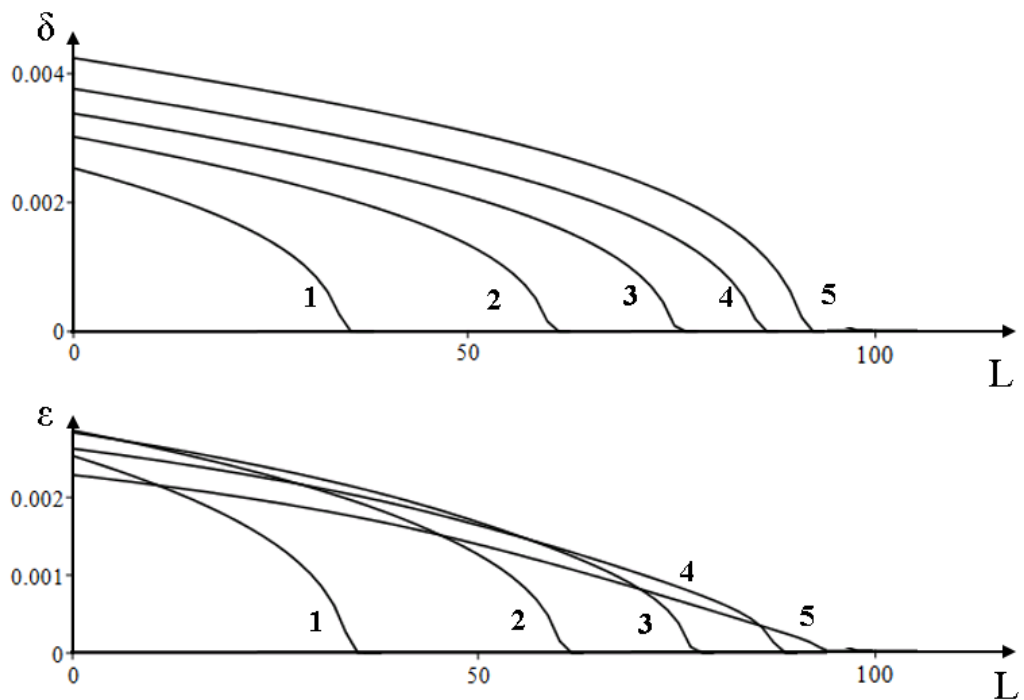


Рисунок 4.5 – Динамика изменения параметров трещины

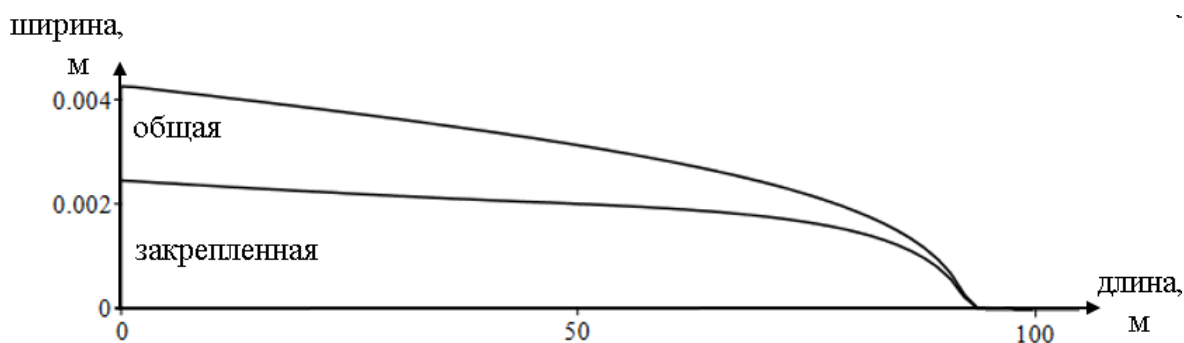


Рисунок 4.6 – Динамика изменения параметров трещины

При этом закрепленная длина трещины составила 93,2 м, при средней ширине  $2,1 \cdot 10^{-3}$  м. Учитывая невысокие фильтрационные характеристики пласта ( $1,5 \cdot 10^{-3}$  мкм<sup>2</sup>), утечки в пласт малы, следовательно, как было отмечено в [52], потенциал роста трещины значителен. Жидкость разрыва в данном эксперименте имеет эффективность порядка 70-80 %. При этом существенное влияние на развитие трещины оказывает величина вязкости геля, поскольку фильтрационные утечки снижают потенциал роста, ухудшая при этом и крепление трещины.

Обзорная табл. 4.2 популярных коммерческих симуляторов позволяет получить информацию о заложенных в основу математических моделях.

Таблица 4.2. Основные классы моделей в симуляторах ГРП

Основные классы моделей	Название симулятора
Двумерные (PKN, KGD, гибридные)	FRACPRO
Lumped Pseudo3D	MFrac, FRACRO, FracCade
Cell-based, Semi-analytical Pseudo3D	FracCade, E-StimPlan
Planar3D	PH-ГРИД, StimPlan, Gohfer
«Полноценная» 3D	-

Проверка адекватности полученного решения производится с использованием зарубежного аналога FRACPRO компании CARBO. Сравнительный анализ выполнен через сопоставление дизайна и пересчета на факт по геометрическим параметрам: полудлины трещины ГРП, высоты и ширины. Выбор симулятора обусловлен схожим заявленным математическим аппаратом.

На основе данных, приведенных в табл. 4.1, произведен расчет параметров трещины ГРП в коммерческом симуляторе FRACPRO и TSH FRAC, результаты выполненных расчетов представлены в табл. 4.3.

Таблица 4.3. Информация о рассчитанной геометрии трещины

Параметр	FRACPRO	TSH FRAC	Невязка, %
Полудлина трещины (м)	101	94	-6,9
Общая высота трещины (м)	41	41,2	0,5
Вертикальная глубина до верхней границы трещины (м)	1841	1841	-
Вертикальная глубина до нижней границы трещины (м)	1882	1882	-
Закрепленная полудлина (м)	90	93	3,3
Общая закрепленная высота (м)	41	41,2	0,5
Вертикальная глубина до верхней границы закрепленной трещины (м)	1842	1842	-
Вертикальная глубина до нижней границы закрепленной трещины (м)	1881	1881	-
Максимальная ширина трещины (м)	$5,6 \cdot 10^{-3}$	$5,1 \cdot 10^{-3}$	-8,9
Средняя ширина трещины (м)	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	-16,0
Средняя концентрация проппанта (кг/м <sup>2</sup> )	3,95	3,95	-

Все вышеуказанные значения рассчитаны для трещины при остановке закачки смеси после продавки проппанта.

В данном расчете эффективность жидкости гидроразрыва принималась по аналогии с проведенными ГРП на соседних скважинах. Для коллекторов с выбранной литологией и проницаемостью доля утечек составляет 20-30 %. Адаптация модели на эффективность жидкости гидроразрыва осуществлялась с использованием опции «калибровка эффективного давления». Для этого задавался фиксированный коэффициент мгновенной водоотдачи (для линейного геля

принята величина  $4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{м}^2$ ) и подбирается коэффициент коркообразования,  $\text{м}/\text{с}^2$ . В приведенном случае гель линейный, размер молекул недостаточно крупный, как следствие, образование фильтрационной корки на поверхности трещины незначительно, как, например, в случае со сшитыми гелями.

При сравнении параметра «длина трещины» расхождение между выполненными расчетами составило 6,9 %. По параметру «высота трещины» расхождения составили менее одного метра, поскольку расчет производился на трехслойной модели, в которой верхние и нижние границы проницаемой части пласта представлены плотными породами. В рамках рассматриваемой задачи вертикальное развитие трещины незначительно.

Расхождения по параметру «ширина трещины» имеют больший порядок для значения, соответствующего максимальному раскрытию трещины, и составляют – 8,9 %. Автор предполагает, что подобные различия обусловлены учетом в модели эффектов, связанных с движением проппанта по трещине. При оценке указанного параметра в коммерческих симуляторах, упомянутых в табл. 4.2, как показывает практика выполнения расчетов, подобная разница достигает уровня 50 %. Данное обстоятельство может быть критическим при определении проводимости трещины, что ведет к завышению ее фильтрационных свойств.

Если оперировать понятием «свободной области», полагая, что прилипшие к берегам трещины частицы оседают, пополняя осадок, то трещина «раздувается», имея гораздо большую ширину. Для моделей, учитывающих перенос проппанта вдоль полости трещины, показательны случаи со значительным увеличением концентрации проппанта в окрестности ее носика, что ведет к образованию «пробок», ограничивающих рост трещины в длину [145].

Резюмируя итоги проведенного исследования, стоит отметить, что результаты расчета на рассматриваемой модели показали схожие результаты с результатами расчета на зарубежном аналоге. Однако, используемая в TSH FRAC модель позволяет уточнить ширину трещину – важный параметр при моделировании гидроразрыва пласта, который в последующем определит

фильтрационную характеристику. Возможность учета эффектов в модели, связанных с движением проппанта, позволяет специалисту точнее описать окончательную форму трещины, что, безусловно, является ее конкурентным преимуществом. Представленная модель применима для описания процесса формирования трещины разрыва при закачке мало- и средне вязких жидкостей (при вязкости менее  $50 \cdot 10^{-3}$  Па·с), в которых происходит интенсивное выпадение осадка по причине невысокой несущей способности и фильтрационных утечек в пласт, что наблюдается, в частности, при использовании линейных гелей.

Выполненный вычислительный эксперимент приведен для иллюстрации принципа расчета при оценке модели гидроразрыва пласта из разделов 2.1, 2.2. В дополнение к указанным результатам произведены вычислительные тесты, которые позволили качественно описать формирование трещины для ряда производственных задач (рис. 4.7).

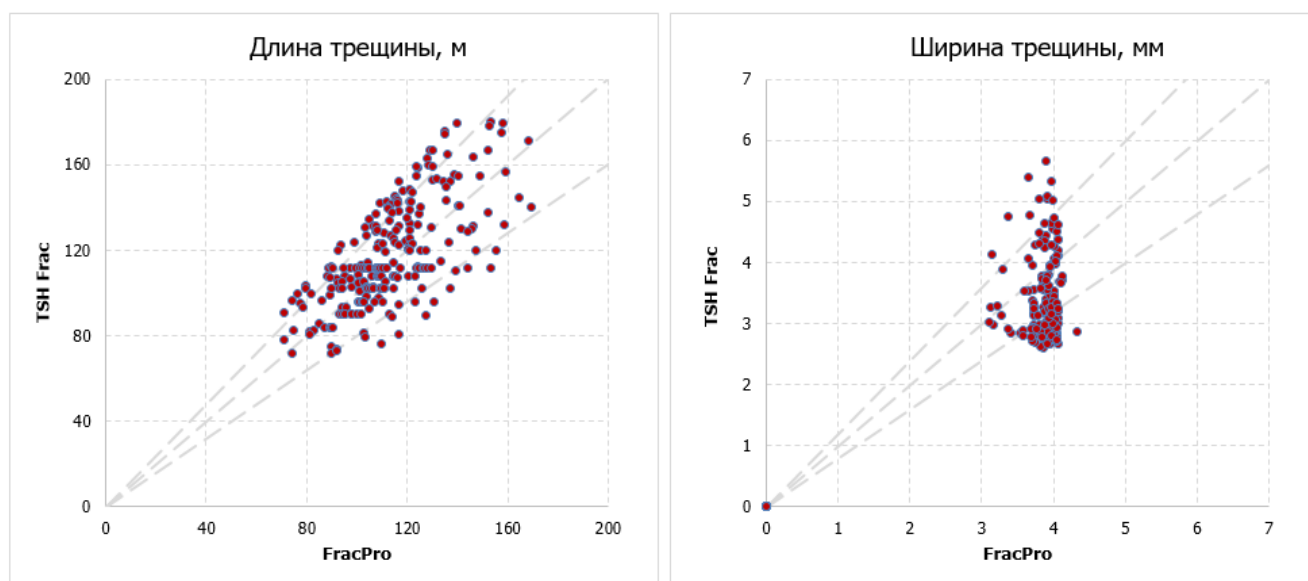


Рисунок 4.7 – Кросс-плот сравнения расчетных параметров

Из приведенного сравнения видно, что TSH FRAC имеет значительно больший разброс значений по параметру «ширина трещины», что позволяет в дальнейшем уточнить продуктивность трещины, увеличивая тем самым качество прогноза.

### 4.3 Проведение экспресс-оценки геометрических параметров трещины с использованием TSH FRAC

На этапе проектирования (перед проведением ГРП) важно понимать влияние свойств системы на успешность проводимого мероприятия [151]. Часть факторов в процессе проведения ГРП можно контролировать, а именно: технологические параметры закачки, конструкцию скважины, свойства закачиваемой жидкости. Другие факторы являются неконтролируемыми, поэтому важно их учитывать априорно на этапе составления прогноза (дизайна ГРП), к ним относятся: свойства горной породы (фильтрационно-емкостных (далее ФЕС), геомеханические параметры горной породы, свойства пластовых флюидов).

Переходя ко второй группе факторов, рассмотрим влияние свойств породы на геометрию трещины. Запишем уравнение Итона для расчета эффективного напряжения смыкания трещины, которое широко используется в инженерной практике [152]:

$$S_h = \frac{\nu_\sigma}{1 - \nu_\sigma} (S_v - p_p) + p_p, \quad (4.5)$$

где  $S_h$  – минимальный горизонтальный стресс, Па;  $S_v$  – абсолютный вертикальный стресс, Па;  $p_p$  – поровое давление в пласте, Па.

В качестве базовой жидкости разрыва рассматривается линейный гель с вязкостью  $4 \cdot 10^{-2}$  Па·с. Смесь закачивается в пласт, проницаемость которого равна  $1,5 \cdot 10^{-3}$  мкм<sup>2</sup>, скорость закачки – 2 м<sup>3</sup>/мин. Указанные значения параметров в последующих расчетах, приведенных далее по тексту, приняты в качестве базовых.

Все расчеты выполнены с использованием сертифицированного комплекса программ TSH FRAC [149], основанного на системе (2.14) и предназначенного для моделирования геометрических параметров гидроразрыва пласта (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020619401 от 17.08.2020).

Исходные значения во всех рассмотренных примерах для базового варианта приняты  $\nu_\sigma = 0,25$ ,  $\mu_\sigma = 1 \cdot 10^{10}$  Па. Предусматривается последовательное

варьирование значений коэффициента Пуассона и модуля сдвига из уравнения (4.1). Для большинства горных пород коэффициент Пуассона находится в пределах от 0,1 до 0,45, наиболее вероятные значения модуля сдвига  $10^{10}$ - $3 \cdot 10^{11}$  Па. Результаты расчета представлены на рис. 4.8, 4.9.

Значения коэффициента Пуассона для расчетов  $p1$ ,  $p1$ ,  $p3$ , представленных на рис. 4.8, составят 0,1, 0,35 и 0,45 соответственно.

Модуль сдвига, принятый в расчетах  $p1$ ,  $p1$ ,  $p3$ , имеет значения  $5 \cdot 10^{10}$ ,  $1,5 \cdot 10^{11}$  и  $3 \cdot 10^{11}$  Па соответственно (рис. 4.9).

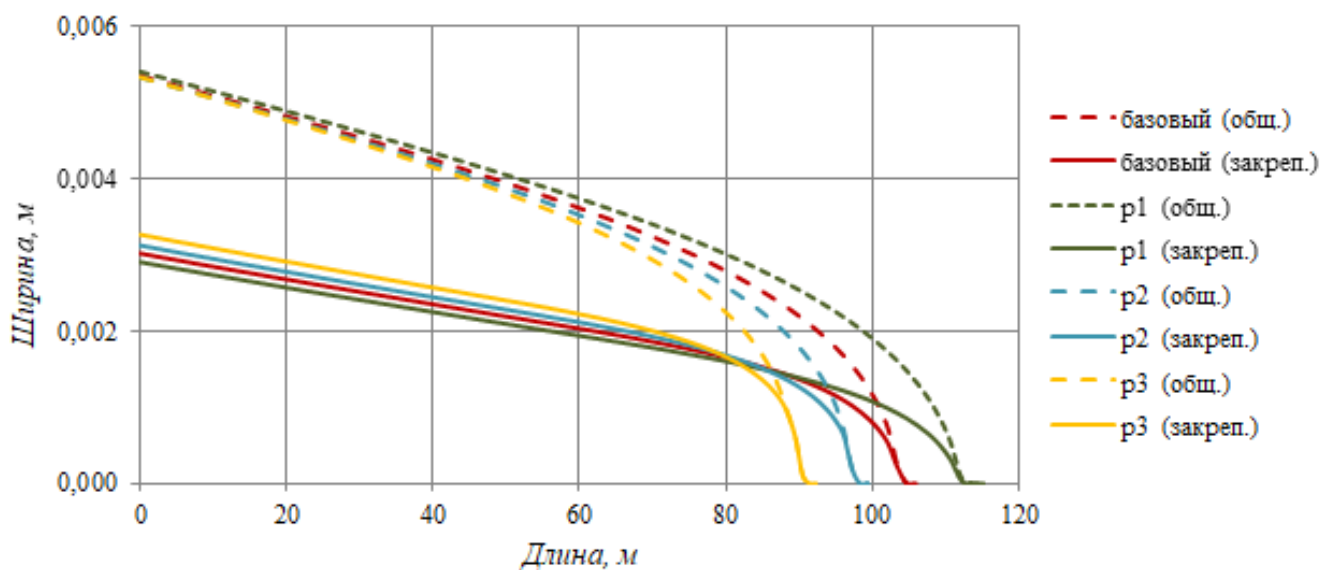


Рисунок 4.8. Влияние упругих свойств породы на остаточную форму трещины.  
Коэффициент Пуассона.



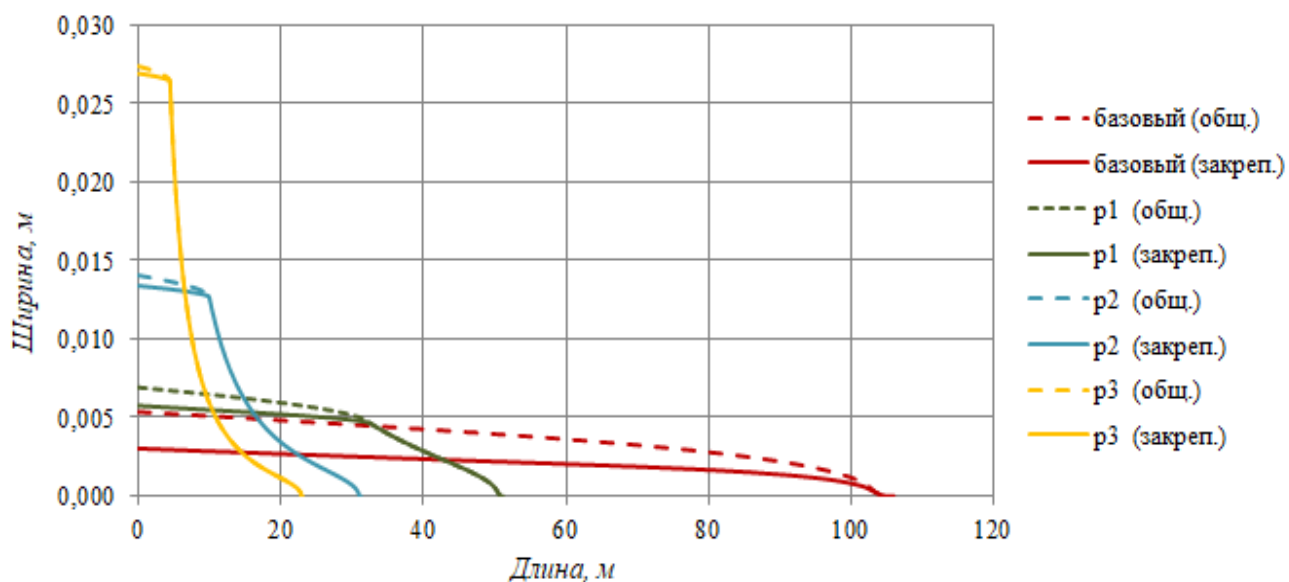


Рисунок 4.9. Влияние упругих свойств породы на остаточную форму трещины.

Модуль сдвига.

Представленные результаты расчетов позволяют сделать вывод о том, что влияние коэффициента Пуассона на изменение размеров трещины выражено в меньшей степени, чем модуля сдвига, что на практике подтверждается лабораторными исследованиями. При увеличении модуля сдвига и коэффициента Пуассона средняя длина трещины сокращается, что существенно сказывается на снижении эффекта от ГРП по причине уменьшения области дренирования. В подобных условиях для достижения проектной длины требуются изменения в режиме закачки (давление, расход) и профиле концентрации проппанта. Последнее служит для предупреждения раннего «стопа», связанного с ростом концентрации проппанта в узкой ее части и образованием проппантной пробки.

При проведении ГРП большое внимание уделяется определению эффективности жидкости разрыва, поскольку интенсивность фильтрационных утечек напрямую скажется на несущей способности вязкой жидкости и на потенциале роста трещины в длину. Подбор жидкости разрыва с учетом ФЕС в каждом конкретном случае позволит повысить успешность проведения мероприятия и достигнуть проектной длины трещины.

Варьирование коэффициента проницаемости горной породы показало, что эффективность жидкости разрыва с фиксированными свойствами существенно снижается при увеличении фильтрационных характеристик пласта. Для определенности в качестве жидкости разрыва будем использовать линейный гель с фиксированной вязкостью  $4 \cdot 10^{-2}$  Па·с. Результаты вычислительного эксперимента приведены на рис. 4.10. Значения коэффициента проницаемости для расчетов  $p1$ ,  $p2$ ,  $p3$ , представленных на рис. 4.10, принимаются  $5 \cdot 10^{-4}$ ,  $1 \cdot 10^{-2}$  и  $2 \cdot 10^{-2}$  мкм<sup>2</sup> соответственно.

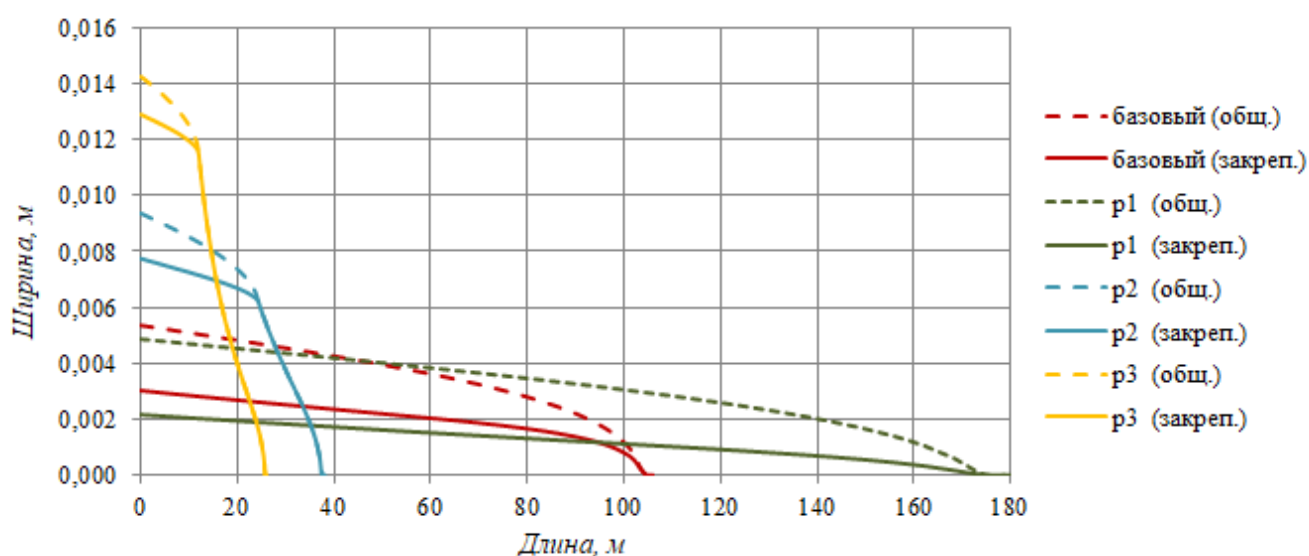


Рисунок 4.10. Влияние фильтрационных свойств породы на остаточную форму трещины

На рис. 4.10 максимальная длина трещины получена при минимальной проницаемости пласта в расчете  $p1$ , что в данном случае позволяет говорить о максимальной эффективности жидкости разрыва. Расчет методом материального баланса позволяет говорить, что порядок эффективности в данном случае составит 70-80 %. В случае повышенных фильтрационных характеристик значительная часть жидкости утекает в пласт, длина трещины существенно меньше проектной. Концентрация частиц в точке инициации значительно возрастает (интенсивный рост осадка), что приводит к ранней остановке роста.

Для достижения проектной длины трещины рекомендуется к использованию жидкость разрыва с принципиально иной реологией, обладающей большей вязкостью и высокой несущей способностью.

Рассмотренные примеры, по сути, являются решением обратной задачи, они позволяют по известным параметрам пласта определить оптимальные технологические параметры закачки, свойства жидкостей разрыва. При наличии на начальном этапе проектирования опыта проведения ГРП на соседних скважинах со схожими параметрами пласта фактическая информация позволяет существенно повысить качество моделирования. Последующая настройка и корректировка модели осуществляется на основе дополнительно полученной информации при проведении тестовых закачек малого объема в исследуемой скважине.

Во второй части исследования рассмотрены результаты моделирования при различных режимах закачки и дифференцировании свойств жидкости разрыва. Качественное исследование поведения трещины при изменении параметров закачки для безразмерной системы уравнений также приведено в работе [52].

Из системы уравнений (2.14) имеем, что в донной части трещины формируется осадок, пополняемый частицами проппанта в результате стекания дисперсной фазы по стенкам трещины и гравитационного осаждения. Данное обстоятельство позволяет моделировать процесс гидроразрыва с использованием в качестве жидкостей разрыва линейных гелей. Несущая способность данных жидкостей невысокая, что сказывается на особенностях движения проппанта по трещине, но с точки зрения наглядности данный пример весьма удачен для иллюстрации зависимости длины трещины от свойств геля.

В качестве базовой жидкости разрыва принимается линейный гель, ранее рассмотренный в примерах, с вязкостью  $4 \cdot 10^{-2}$  Па·с., проницаемость пласта равна  $1,5 \cdot 10^{-3}$  мкм<sup>2</sup>. Понижая значительно вязкость жидкости до  $1 \cdot 10^{-3}$  Па·с (практически до вязкости воды), несложно показать, что закрепленный объем трещины существенно снижается (рис.4.11).

В представленных расчетах  $p1$ ,  $p1$ ,  $p3$  значения вязкости жидкости разрыва приняты  $2,5 \cdot 10^{-2}$ ,  $1,5 \cdot 10^{-2}$  и  $1 \cdot 10^{-3}$  Па·с соответственно.

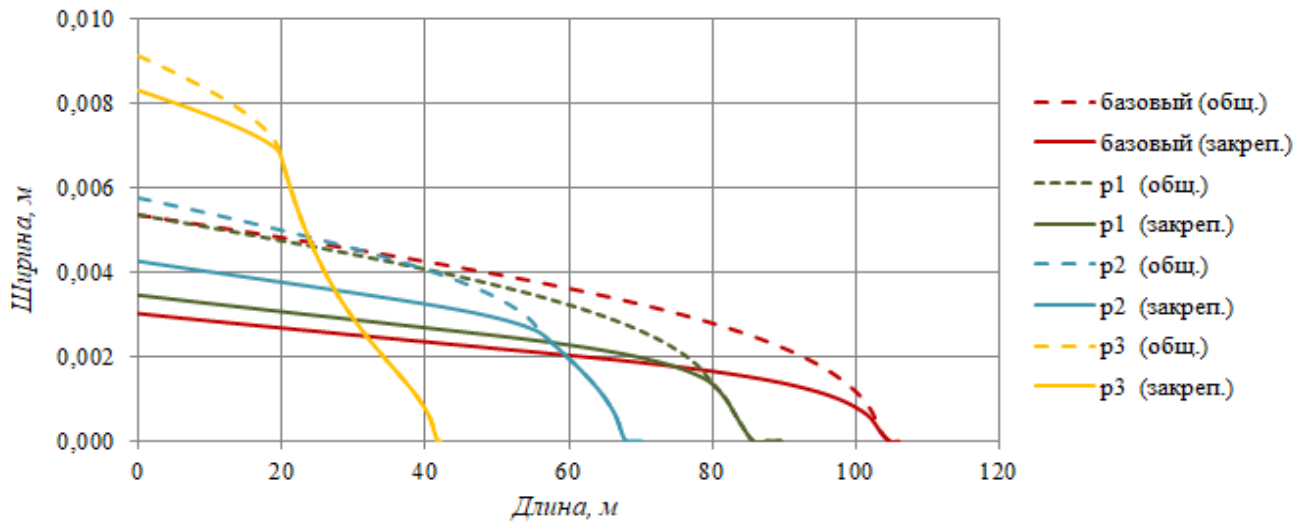


Рисунок 4.11. Остаточная форма трещины при изменении вязкости жидкости

Из проведенных расчетов следует, что снижение вязкости геля в значительной степени уменьшает несущую способность жидкости разрыва. Выпадение осадка происходит более интенсивно, концентрация частиц в «носике» трещины быстро растет, область  $\varepsilon$  перекрывается полностью и происходит остановка. В расчетах  $p2$ ,  $p3$  происходит искривление формы трещины, в концевой ее части ширина закреплённой области совпадает с общей (воссозданной в процессе закачки) шириной.

В следующем вычислительном тесте для базовой жидкости разрыва увеличивается время закачки оторочки с 4 до 10, 20, 30 мин. в расчетах  $p1$ ,  $p1$ ,  $p3$  соответственно, при этом полное время закачки во всех экспериментах составит 40 мин. Концентрация частиц проппанта при загрузке увеличивается линейно, в рассмотренных случаях достигнута одинаковая итоговая концентрация (рис. 4.12).

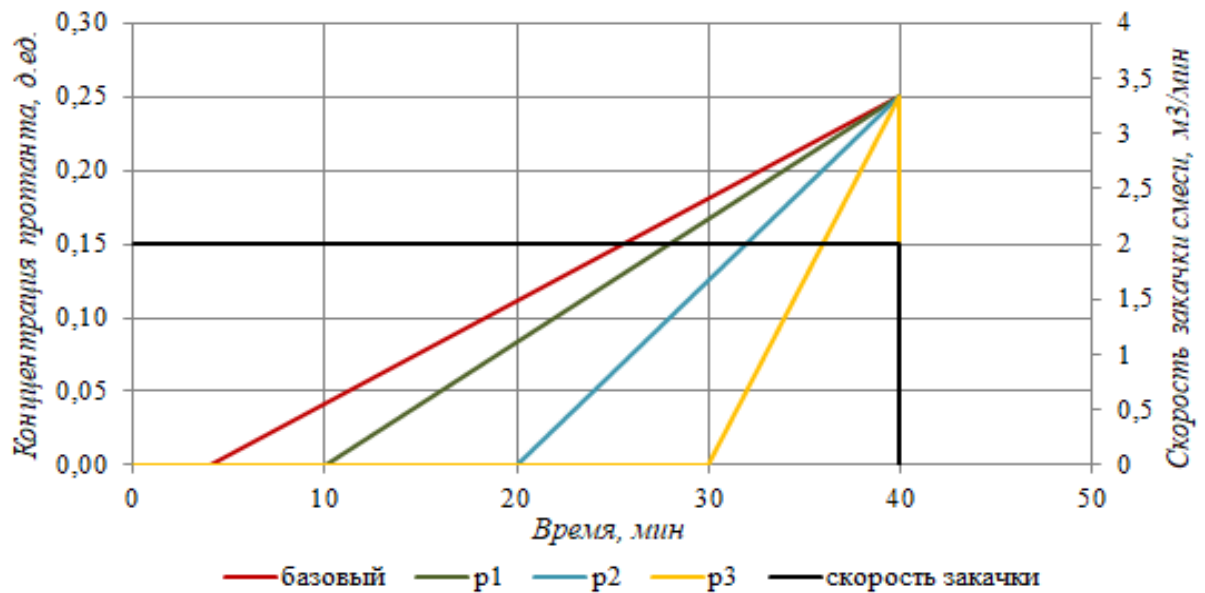


Рисунок 4.12. Технологические параметры закачки

Результаты, полученные при моделировании, изображены на рис. 4.13.

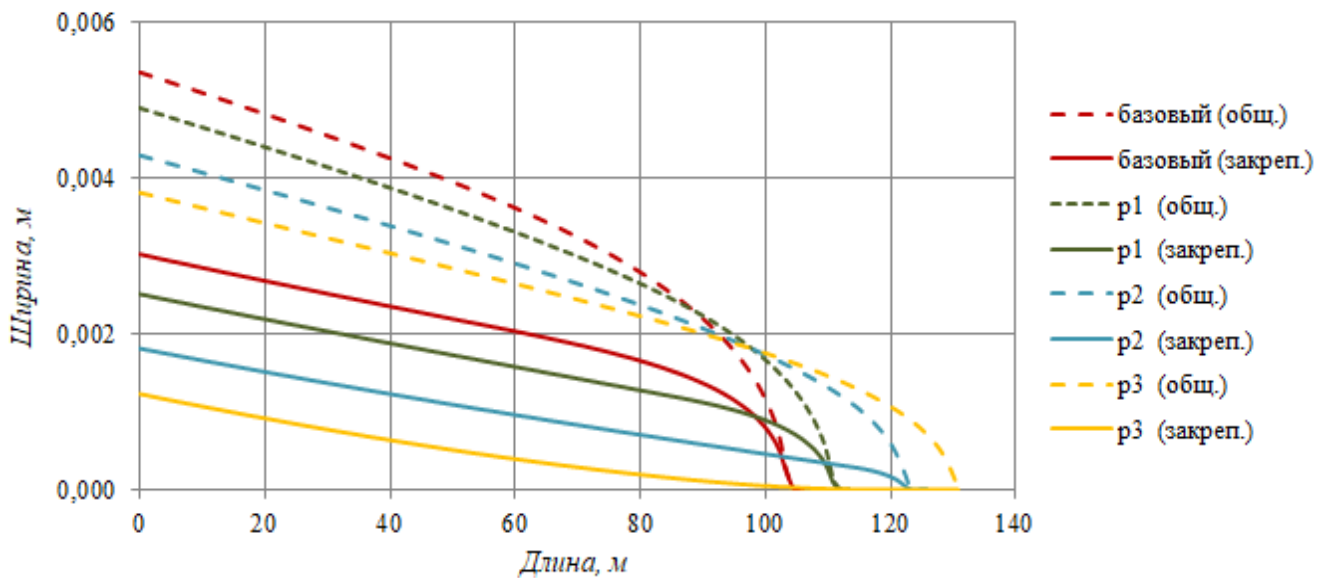


Рисунок 4.13. Параметры трещины при изменении времени закачки оторочки

Анализ расчетов показывает, что в случае увеличения времени закачки оторочки длина трещины растет. Однако, закрепленный на проппанте объем трещины значительно ниже базового, особенно в  $p3$ . Сокращение объема и ширины трещины связано как с меньшим количеством используемого проппанта, так и с особенностями его продвижения в концевой части трещины [153].

Расчет с увеличением скорости закачки показан на рис. 4.14.

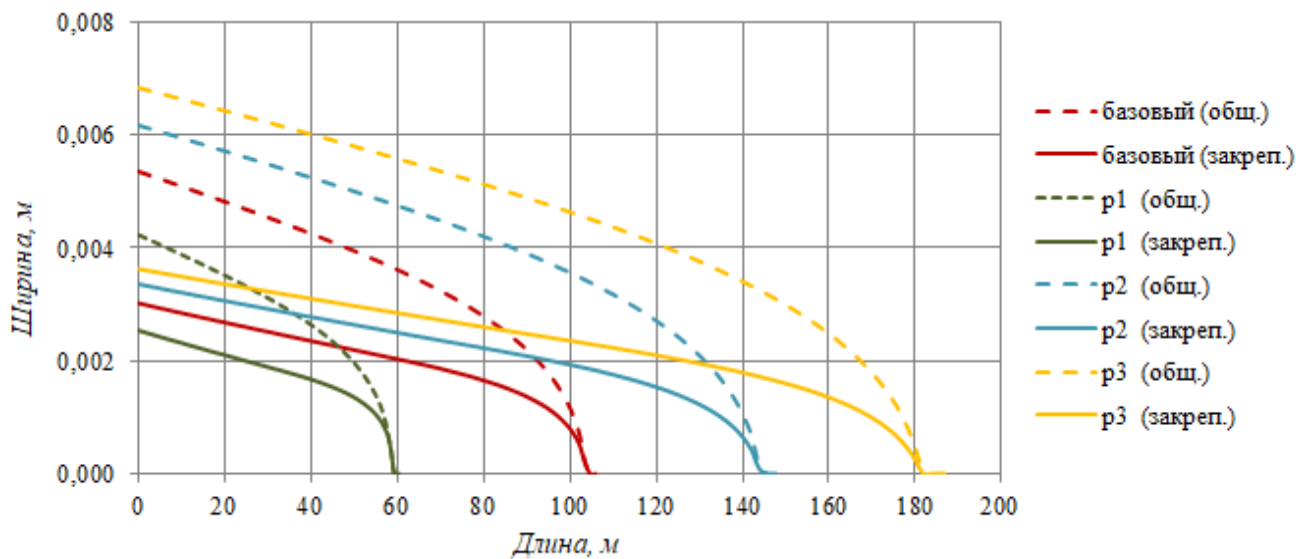


Рисунок 4.14. Параметры трещины при изменении скорости закачки

Значение базового расхода –  $2 \text{ м}^3/\text{мин.}$ , для расчетов  $p1$ ,  $p1$ ,  $p3$ , представленных на рис. 4.14, расход равен 1, 3 и  $4 \text{ м}^3/\text{мин.}$  соответственно.

Повышение скорости закачки привело к увеличению длины трещины в значительной степени. В идеализированных условиях трещина не прорывается через непроницаемые покрышки, обладающие высокой трещиностойкостью, поэтому данный исход закономерен. Увеличение скорости закачки может быть оправдано при наборе высоты трещины, однако, зачастую имеет негативные последствия, связанные с прорывом трещины в нижележащие водонасыщенные интервалы при их наличии в разрезе пласта [154-158].

В разделе рассмотрены две группы факторов, влияющих на успешность проведения ГРП:

- априорные свойства горной породы, по которым осуществляется подбор параметров закачки и свойств жидкости разрыва;
- подбор технологических параметров и свойств жидкости разрыва, позволяющих с привлечением информации по аналогам достичь проектных параметров трещины.

Показано, что свойства жидкости разрыва и режимы закачки при различных параметрах пласта существенно влияют на остаточную форму трещины. Результаты проведенного исследования могут быть использованы в инженерной практике при осуществлении экспресс-оценки геометрических параметров трещины гидроразрыва.

#### **Основные выводы к главе 4**

Непрерывное совершенствование технологии и проводимые работы в направлении импортозамещения, в частности, программных продуктов, посвященных расчету дизайнов ГРП, указывает на то, что развитие российских аналогов является крайне важным направлением в отрасли.

Примером может служить специализированная выставка «Импортозамещение» (май 2019 г., распоряжение правительства РФ № 719-р от 21.04.2017 г.), которая уже в 5-й раз проводится на территории нашей страны при поддержке Правительства РФ, Минпромторга и является мощной площадкой для представления научных-практических идей различных отраслей.

Из последних значимых программных комплексов, позволяющих работать с вопросами моделирования ГРП, стоит отметить симулятор «КиберГРП» и симулятор ГРП в составе комплекса РН-ГРИД компании Роснефть. Проект «КиберГРП» реализуется в настоящее время на базе Научно-технического центра (НТЦ) Газпром нефти, МФТИ, Сколковского института науки и технологий, Санкт-Петербургского политехнического университета, Института гидродинамики при участии Министерства науки и образования РФ. Данный программный комплекс будет доступен в ближайшее время на коммерческой основе для компаний, работающих в нефтегазовой отрасли.

Поскольку в основу указанных программных продуктов заложены математические модели и алгоритмы, то и задачи, поставленные перед научными работниками, еще не реализованы в полном объеме.

В 4 главе приводится описание комплекса программ TSH FRAC, в основу которого положена уточненная математическая модель в PKN-постановке из главы 2, реализованная с использованием расчетной схемы из главы 3. Представленный комплекс позволяет выполнять расчеты геометрических параметров трещины ГРП на этапе проектирования для снижения возможных рисков, связанных с выполнением операции на скважине. Выполненные расчеты могут быть визуализированы в графическом окне, предусмотрена настройка параметров отображения.

В комплексе присутствует опция, позволяющая минимизировать возможные риски при предпроектной подготовке. Специалисту предоставляется возможность внесения пользовательских «сценариев», в которых могут быть описаны как возможные исходы, так и ограничения на корректность технологических параметров с учетом геологических предпосылок и фактической информации о ранее проведенных ГРП на объектах-аналогах.

В TSH FRAC присутствует опция, позволяющая после загрузки данных по стоимости отдельных работ и материалов оценивать себестоимость проведенных мероприятий, что в последующем при оценке дополнительной добыче нефти дает понимание экономической рентабельности.

Результаты вычислений могут быть выгружены в виде различных отчетов в формате Excel, что позволяет работать с информацией специалистам смежных направлений, занимающихся проектированием гидроразрыва.

Произведено тестирование комплекса при решении ряда задач с варьированием геологических параметров пласта и технологических параметров закачки. Выполненные расчеты с использованием фактической информации о реально проведенных ГРП в промысловых условиях, помноженные на результаты сравнения с существующими коммерческими аналогами, позволят в последующем говорить о корректности представленной математической модели, заложенной в основу комплекса.

К преимуществам представленного комплекса TSH FRAC стоит отнести возможность выполнения расчетов на сервере, что является важным фактором



при выполнении многовариантных вычислений при моделировании. В отличие от существующих программных продуктов TSH FRAC позволяет уточнить параметр средней ширины трещины, что сказывается на качестве оценки ее продуктивности. Данная особенность является следствием уточнённой модели в PKN-постановке из главы 2, которая описывает движение частиц проппанта в трещине при утечках в пласт, при контактах со стенкой трещины, последующего дрейфа и осаждения.

Стоит отметить, что программно-расчетный модуль не имеет перспективы развития и может служить инструментом для анализа проводимых мероприятий, связанных с созданием трещин ГРП, использоваться при инженерном сопровождении в инжиниринговых компаниях.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод моделирования процесса формирования и закрепления трещины гидроразрыва под влиянием расклинивающей вязкой жидкости с примесью частиц, основанный на математической модели в PKN-постановке, учитывающая фильтрационные утечки жидкости разрыва в пласт и осаждение частиц подаваемой смеси. Оригинальность метода заключается в том, что процесс формирования осадка рассматривается как совокупность процессов, связанных с утечками и гравитационным осаждением частиц. Предложен альтернативный подход к рассмотрению математической модели для случая жидкости разрыва значительной вязкости и крупных взвешенных частиц, размеры которых сопоставимы со средней шириной трещины

Найдены новые численные решения уточненной системы уравнений с использованием явной конечно-разностной схемы, особенность которой заключается в критерии остановки роста трещины, предполагающем отсутствие свободной от осадка области. Представленный в работе подход позволяет работать с технологически неоднородными жидкостями разрыва при проведении операции на скважине; проводить оценку возможных осложнений, связанных с возникновением пропантных пробок; уточнить профиль закрепленной трещины, влияющий на оценку ее продуктивности.

Создан и сертифицирован комплекс программ «TSH FRAC Программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятий и оценке рисков», получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020619401 от 17.08.2020. Комплекс имеет перспективы развития и может служить инструментом для анализа проводимых мероприятий, связанных с созданием трещин ГРП, использоваться при инженерном сопровождении в инжиниринговых компаниях.

Установлена связь между параметрами подаваемой смеси, фильтрационными потерями жидкости гидроразрыва и протяженностью роста трещины при разных режимах закачки. Полученная информация позволит сформировать рекомендации при проведении реальной операции ГРП. Результаты проведенного исследования могут быть использованы в инженерной практике при

осуществлении экспресс-оценки геометрических параметров трещины гидроразрыва, что позволит снизить трудозатраты и повысить успешность при проведении операции на скважине.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Математические модели гидроразрыва пласта / Д.В. Есипов [и др.] // Вычислительные технологии. – 2014. – Т. 19. – № 2. – С. 33-61.
2. Меликбеков, А.С. Теория и практика гидравлического разрыва пласта / А.С. Меликбеков. – М.: Недра, 1967. – 141 с.
3. Economides, M.J. Reservoir Stimulation / M.J. Economides, K.G. Nolte. – N.Y.: Wiley, 2000. – 856 p.
4. Computer Simulation of Hydraulic Fractures / J. Adachi [et al.] // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2007. – Vol. 44. – № 5. – P. 739-757.
5. Желтов, Ю.П. О гидравлическом разрыве нефтяного пласта / Ю.П. Желтов, С.А. Христианович // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. – 1955. – № 5. – С. 3-41.
6. Geertsma, J. A Rapid Method of Predicting Width and Extent of Hydraulically Induced Fractures / J. Geertsma, F. De Klerk // Journal of Petroleum Technology. – 1969. – Vol. 21. – № 12. – P. 1571-1581.
7. Perkins, T.K. Widths of Hydraulic Fractures / T.K. Perkins, L.R. Kern // Journal of Petroleum Technology. – 1961. – Vol. 13. – № 09. – P. 937-949.
8. Методы моделирования зарождения и распространения трещины / С.Г. Черный [и др.]. – Новосибирск: Институт вычислительных технологий СО РАН, 2016. – 312 с.
9. Nordgren, R.P. Propagation of a Vertical Hydraulic Fracture / R.P. Nordgren // Society of Petroleum Engineers Journal. – 1972. – Vol. 12. – № 04. – P. 306-314.
10. Hu, J. Plane-strain propagation of fluid-driven fracture in a permeable rock of finite toughness: Ph.D. thesis / J. Hu. – Potsdam, New York: Clarkson University, 2005. – 107 p.
11. Смирнов, Н.П. Автомодельные решения задачи о формировании трещины гидроразрыва в пористой среде / Н.П. Смирнов, В.Р. Тагирова // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 2007. – № 1. – С. 70-82.

12. Тагирова, В.Р. Распространение трещины гидроразрыва под напором неньютоновской жидкости / В.Р. Тагирова // Вестник Московского ун-та. Математика. Механика. – 2009. – № 6. – С. 33-41.
13. Одномерная модель распространения трещины гидроразрыва / Е.Н. Ентов [и др.] // Материалы IX Всесоюзного семинара “Численные методы решения задач фильтрации. Динамика многофазных сред”. – Новосибирск: ИТПМ СО РАН СССР, 1989. – С. 91-95.
14. Sneddon, I.N. Crack problem in the Classical Theory of Elasticity / I.N. Sneddon, M. Lowengrub. – N.Y.: John Wiley & Sons, 1969. – 221 p.
15. Spence, D.A. Self-similar solutions for elastohydrodynamic cavity flow / D.A. Spence, P. Sharp // Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences. – 1985. – Vol. 400. – № 1819. – P. 289-313.
16. Adachi, J.I. Self-similar solution of a plane-strain fracture driven by a power-law fluid / J.I. Adachi, E. Detournay // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. – 2002. – Vol. 26. – № 6. – P. 579-604.
17. Баренблатт, Г.И. О некоторых задачах теории упругости, возникающих при исследовании механизма гидравлического разрыва нефтеносного пласта / Г.И. Баренблатт // Прикладная математика и механика. – 1956. – Т. 20. – № 4. – С. 475-486.
18. Papanastasiou, P. The influence of plasticity in hydraulic fracturing / P. Papanastasiou // International Journal of Fracture. – 1997. – Vol. 84. – № 1. – P. 61-79.
19. Идентификация моделей гидравлики / Г.Д. Бабе [и др.]. – Новосибирск: Наука, 1980. – 161 с.
20. Алексеенко, О.П. Прямолинейный гидроразрыв в упругой плоскости / О.П. Алексеенко, А.М. Вайсман // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1988. – № 6. – С. 145-149.
21. Алексеенко, О.П. Некоторые особенности плоской задачи гидроразрыва упругой среды / О.П. Алексеенко, А.М. Вайсман // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 1999. – № 3. – С. 64-70.

22. The crack tip region in hydraulic fracturing / J. Desroches [et al.] // Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences. – 1994. – Vol. 447. – № 1929. – P. 39-48.
23. Garagash, D. The Tip Region of a Fluid-Driven Fracture in an Elastic Medium / D. Garagash, E. Detournay // Journal of Applied Mechanics. – 2000. – Vol. 67. – № 1. – P. 183-192.
24. Астафьев, В.И. Асимптотический анализ процесса развития трещины гидравлического пласта / В.И. Астафьев // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Физ.-мат. науки. – 2010. – № 5(21). – С. 105-116.
25. Черепанов, Г.П. Механика хрупкого разрушения / Г.П. Черепанов. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
26. Howard, G.C. Optimum fluid characteristics for fracture extension. Drilling and Production Practices / G.C. Howard, C.R. Fast. – N.Y.: Amer. Petrol. Inst. (Appendix by E. D. Carter: Derivation of the general equation for estimating the extent of the fractured area), 1957. – 261-270 p.
27. Расчет фильтрационных параметров при проектировании гидравлического разрыва пласта / И.Д. Латыпов [и др.] // Нефтяное хозяйство. – 2014. – № 11. – С. 70-72.
28. Акулич, А.В. Численное моделирование распространения трещины гидроразрыва / А.В. Акулич, А.В. Звягин // Вестник Московского университета. Математика. Механика. – 2008. – № 1. – С. 43-49.
29. Алексеенко, О.П. Рост почти заполненной осесимметричной трещины гидроразрыва при малых и больших утечках / О.П. Алексеенко, А.М. Вайсман // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2004. – № 3. – С. 3-13.
30. Двумерная пошаговая модель распространения трещины гидроразрыва / О.П. Алексеенко [и др.] // Вестник НГУ. Математика. Механика. Информатика. – 2011. – Т. 11. – № 3. – С. 36-59.

31. Consequences of Fluid Lag in Three-Dimensional Hydraulic Fractures / S.H. Advani [et al.] // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. – 1997. – Vol. 21. – № 4. – P. 229-240.
32. Garagash, D.I. Propagation of a plane-strain hydraulic fracture with a fluid lag: Early-time solution / D.I. Garagash // International Journal of Solids and Structures. – 2006. – Vol. 43. – Propagation of a plane-strain hydraulic fracture with a fluid lag. – № 18. – P. 5811-5835.
33. Garagash, D.I. Transient solution for a plane-strain fracture driven by a shear-thinning, power-law fluid / D.I. Garagash // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. – 2006. – Vol. 30. – № 14. – P. 1439-1475.
34. Массоми, Р. Новая математическая модель оптимизации длины трещины ГРП в нефтеносном песчанике на месторождении Ирана / Р. Массоми // Научный журнал КубГАУ. – 2016. – № 119 (05). – С. 1-12.
35. Пеньковский, В.И. Феноменологический подход к проблеме моделирования гидравлического разрыва пласта / В.И. Пеньковский, Н.К. Корсакова // Прикладная механика и техническая физика. – 2015. – Т. 26. – № 5. – С. 139-148.
36. Баренблатт, Г.И. Об образовании горизонтальных трещин при гидроразрыве нефтеносного пласта / Г.И. Баренблатт // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. – 1956. – № 9. – С. 101-105.
37. Желтов, Ю.В. О распространении горизонтальной трещины в горной породе под воздействием нефилтующейся жидкости в случае постоянного горного давления / Ю.В. Желтов, Ю.П. Желтов // Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук, механики и машиностроения. – 1959. – № 5. – С. 166-169.
38. Sneddon, I.N. The distribution of stress in the neighbourhood of a crack in an elastic solid / I.N. Sneddon // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. – 1946. – Vol. 187. – № 1009. – P. 229-260.
39. Sneddon, I.N. The opening of a Griffith crack under internal pressure / I.N. Sneddon, H.A. Elliot // Quarterly of Applied Mathematics. – 1946. – Vol. 4. – № 3. – P. 262-267.

40. Бартенев, Г.М. Физика и механика полимеров / Г.М. Бартенев, Ю.В. Зеленеv. – М.: Высшая школа, 1983. – 391 с.
41. Зазовский, А.Ф. Распространение плоской круговой трещины гидроразрыва в непроницаемой горной породе / А.Ф. Зазовский // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1979. – № 2. – С. 103-109.
42. Abe, H. Growth rate of a penny-shaped crack in hydraulic fracturing of rocks / H. Abe, T. Mura, L.M. Keer // Journal of Geophysical Research. – 1976. – Vol. 81. – № 29. – P. 5335-5340.
43. Abé, H. Theoretical study of hydraulically fractured penny-shaped cracks in hot, dry rocks / H. Abé, L.M. Keer, T. Mura // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. – 1979. – Vol. 3. – № 1. – P. 79-96.
44. Savitski, A. Propagation of a penny-shaped hydraulic fracture in an impermeable rock / A. Savitski. – Minneapolis: University of Minnesota, 2000. – 211 p.
45. Bungler, A.P. Toughness-dominated Hydraulic Fracture with Leak-off / A.P. Bungler, E. Detournay, D.I. Garagash // International Journal of Fracture. – 2005. – Vol. 134. – № 2. – P. 175-190.
46. Алексеенко, О.П. Рост круговой трещины гидроразрыва в упругом пространстве при нагнетании пластического материала / О.П. Алексеенко, А.М. Вайсман // Прикладная математика и механика. – 1993. – Т. 57. – № 6. – С. 137-143.
47. Колыхалов, И.П. Моделирование развития осесимметричных трещин при множественном гидроразрыве с учетом пластических свойств рабочей жидкости / И.П. Колыхалов, П.А. Мартынюк // Фундаментальные и Прикладные Вопросы Горных Наук. – 2016. – Т. 1. – № 3. – С. 88-92.
48. Колыхалов, И.В. Физическое моделирование развития близко расположенных осесимметричных трещин гидроразрыва / И.В. Колыхалов, Е.Н. Шер // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2016. XII Междунар. науч. конгр.: Междунар. науч. конф. «Недропользование. Горное дело. Направления и технологии поиска, разведки и разработки месторождений полезных ископаемых. Геоэкология». – Новосибирск: СГУГиТ, 2016. – Т. 3. – С. 137-141.



49. Лойцянский, Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 904 с.
50. Татосов, А.В. Движение вязкой жидкости с примесью частиц в пористом канале / А.В. Татосов // Вестник ТюмГУ. – 2007. – № 5. – С. 56-60.
51. Татосов, А.В. Модель закачки проппанта в трещину гидроразрыва / А.В. Татосов // Вычислительные технологии. – 2005. – Т. 10. – № 6. – С. 91-101.
52. Татосов, А.В. Движение проппанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта / А.В. Татосов, А.С. Шляпкин // Изв. Саратовского ун-та. Новая серия. Математика. Механика. Информатика. – 2018. – Т. 18. – № 2. – С. 217-226.
53. Mobbs, A.T. Computer Simulations of Proppant Transport in a Hydraulic Fracture / A.T. Mobbs, P.S. Hammond // SPE Production & Facilities. – 2001. – Vol. 16. – № 02. – P. 112-121.
54. Dontsov, E.V. Slurry flow, gravitational settling and a proppant transport model for hydraulic fractures / E.V. Dontsov, A.P. Peirce // Journal of Fluid Mechanics. – 2014. – Vol. 760. – P. 567-590.
55. Hu, J. Plane-Strain Propagation of a Fluid-Driven Crack in a Permeable Rock with Fracture Toughness / J. Hu, D.I. Garagash // Journal of Engineering Mechanics. – 2010. – Vol. 136. – № 9. – P. 1152-1166.
56. Шляпкин, А.С. Движение проппанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин // Материалы XVIII конференции молодых ученых и специалистов Филиала ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть.» – Тюмень: Филиал ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть», 2018. – С. 360-369.
57. Шляпкин, А.С. Движение проппанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Материалы VIII конференции молодых ученых и специалистов ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг.» – Москва: Общество ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг», 2018. – С. 363-372.
58. Шляпкин, А.С. Движение проппанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Материалы XVIII

конференции молодых специалистов, работающих в организациях, осуществляющих деятельность, связанную с использованием участков недр на территории Ханты-Мансийского округа-Югры. – Ханты-Мансийск, 2018. – С. 170-174.

59. Валидация модели трещины гидроразрыва Planar3D, реализованной в корпоративном симуляторе «РН-ГРИД» / А.В. Пестриков [и др.] // Нефтяное хозяйство. – 2018. – № 11. – С. 46-50.

60. Шляпкин, А.С. Математическое моделирование процесса формирования трещины ГРП с учетом осаждения проппанта и фильтрационных утечек в породу / А.С. Шляпкин // Сборник докладов международной научно-практической конференции «Новые технологии – нефтегазовому региону». – Тюмень: ТИУ, 2020. – С. 217-220.

61. Шляпкин, А.С. Подход к моделированию гидроразрыва пласта в скважинах с горизонтальным окончанием / А.С. Шляпкин // Нефтепромысловое дело. – 2020. – № 9. – С. 14-19.

62. Cipolla, C.L. Resolving Created, Propped, and Effective Hydraulic-Fracture Length / C.L. Cipolla, E. Lolon, M.J. Mayerhofer // SPE Production & Operations. – 2009. – Vol. 24. – № 04. – P. 619-628.

63. Моделирование гидродинамического взаимодействия пласта и трещины гидравлического разрыва / М.Х. Хайруллин [и др.] // Вестник Казанского технологического университета. – 2015. – Т. 18. – № 1. – С. 326-328.

64. Пеньковский, В.И. Модель гидравлического разрыва пласта на основе механики и фильтрации в гетерогенной среде / В.И. Пеньковский, Н.К. Корсакова, Д.Ж. Ахмед-Заки // Математика. Механика. Информатика. – 2018. – Т. 86. – № 3. – С. 171-180.

65. Atkinson, C. Numerical and analytical solutions for the problem of hydraulic fracturing from a cased and cemented wellbore / C. Atkinson, D.A. Eftaxiopoulos // International Journal of Solids and Structures. – 2002. – Vol. 39. – № 6. – P. 1621-1650.

66. Зубков, В.В. Численное моделирование инициирования и роста трещин гидроразрыва / В.В. Зубков, В.Ф. Кошелев, А.М. Линков // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2007. – № 1. – С. 45-63.
67. Мартынюк, П.А. Особенности развития трещин гидроразрыва в поле сжатия / П.А. Мартынюк // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2008. – № 6. – С. 19-29.
68. Two-dimensional modeling of the near-wellbore fracture tortuosity effect / S. Cherny [et al.] // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2009. – Vol. 6. – № 46. – P. 992-1000.
69. Meyer, B.R. Design Formulae for 2-D and 3-D Vertical Hydraulic Fractures: Model Comparison and Parametric Studies / B.R. Meyer // SPE Unconventional Gas Technology Symposium. – Louisville, Kentucky: Society of Petroleum Engineers, 1986. – Design Formulae for 2-D and 3-D Vertical Hydraulic Fractures.
70. Кашеваров, А.А. Гидравлическая модель разработки газовых и нефтяных месторождений / А.А. Кашеваров // Прикладная механика и техническая физика. – 2010. – Т. 51. – № 6. – С. 111-120.
71. Biot, M.A. A Two-Dimensional Theory of Fracture Propagation / M.A. Biot, L. Masse, W.L. Medlin // SPE Production Engineering. – 1986. – Vol. 1. – № 01. – P. 17-30.
72. Savitski, A.A. Propagation of a penny-shaped fluid-driven fracture in an impermeable rock: asymptotic solutions / A.A. Savitski, E. Detournay // International Journal of Solids and Structures. – 2002. – Vol. 39. – Propagation of a penny-shaped fluid-driven fracture in an impermeable rock. – № 26. – P. 6311-6337.
73. Papanastasiou, P. Three-Dimensional Stress Analysis of a Wellbore With Perforations and a Fracture / P. Papanastasiou, A. Zervos // SPE/ISRM Rock Mechanics in Petroleum Engineering. – Trondheim, Norway: Society of Petroleum Engineers, 1988. – P. 347-355.
74. Hossain, M.M. Hydraulic fracture initiation and propagation: roles of wellbore trajectory, perforation and stress regimes / M.M. Hossain, M.K. Rahman, S.S.

- Rahman // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2000. – Vol. 27. – Hydraulic fracture initiation and propagation. – № 3. – P. 129-149.
75. Three-dimensional elastic analysis on fracture initiation from a perforated borehole / Y.G. Yuan [et al.] // *Joint Rocky Mountain Regional Meeting/Low Permeability Res. Symp. SPE 29601*. – 1995.
76. Многозонный метод граничных элементов и его применение к задаче инициации трещины гидроразрыва из перфорированной обсаженной скважины / Д.В. Есипов [и др.] // *Вычислительные технологии*. – 2011. – Т. 16. – № 6. – С. 13-26.
77. 3D Modeling of Fracture Initiation From Perforated Noncemented Wellbore / O. Alekseenko [et al.] // *SPE Journal*. – 2012. – Vol. 18. – № 03. – P. 589-600.
78. Adachi, J.I. Analysis of the classical pseudo-3D model for hydraulic fracture with equilibrium height growth across stress barriers / J.I. Adachi, E. Detournay, A.P. Peirce // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. – 2010. – Vol. 47. – № 4. – P. 625-639.
79. Dontsov, E.V. An enhanced pseudo-3D model for hydraulic fracturing accounting for viscous height growth, non-local elasticity, and lateral toughness / E.V. Dontsov, A.P. Peirce // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2015. – Vol. 142. – P. 116-139.
80. Simonson, E.R. Containment of Massive Hydraulic Fractures / E.R. Simonson, A.S. Abou-Sayed, R.J. Clifton // *Society of Petroleum Engineers Journal*. – 1978. – Vol. 18. – № 01. – P. 27-32.
81. Settari, A. Three-Dimensional Simulation of Hydraulic Fracturing / A. Settari, M.P. Cleary // *Journal of Petroleum Technology*. – 1984. – Vol. 36. – № 07. – P. 1177-1190.
82. Vandamme, L. A three-dimensional hydraulic fracturing simulator / L. Vandamme, J.H. Curran // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. – 1989. – Vol. 28. – № 4. – P. 909-927.
83. Ouyang, S. An Adaptive Finite Element Scheme for Hydraulic Fracturing with Proppant Transport / S. Ouyang, G.F. Carey, C.H. Yew // *International Journal for Numerical Methods in Fluids*. – 1997. – Vol. 24. – № 7. – P. 645-670.

84. Старобинский, Е.Б. Использование явной схемы интегрирования по времени при моделировании гидроразрыва пласта с применением модели Planar3D / Е.Б. Старобинский, А.Д. Степанов // ПРОнефть. Профессионально о нефти. – 2019. – Т. 12. – № 2. – С. 15-19.
85. Савенков, Е.Б. Математическая модель развития трещины гидроразрыва пласта в трехмерной пороупругой среде / Е.Б. Савенков, В.Е. Борисов // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Физ.-мат. науки. – 2018. – № 1. – С. 5-17.
86. Terzaghi, K. Theoretical Soil Mechanics / K. Terzaghi. – N.Y.: John Wiley and Sons, 1943. – 510 p.
87. Biot, M.A. Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid / M.A. Biot // Journal of Applied Physics. – 1955. – Vol. 26. – № 2. – P. 182-185.
88. Biot, M.A. Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. I. Low-Frequency Range / M.A. Biot // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1956. – Vol. 28. – № 2. – P. 168-178.
89. Biot, M.A. Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. II. Higher Frequency Range / M.A. Biot // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1956. – Vol. 28. – № 2. – P. 179-191.
90. Coussy, O. Poromechanics / O. Coussy. – N.Y.: John Wiley & Sons Ltd., 2004. – 315 p.
91. Carbonell, R. A comparison between a semi-analytical and a numerical solution of a two-dimensional hydraulic fracture / R. Carbonell, J. Desroches, E. Detournay // International Journal of Solids and Structures. – 1999. – Vol. 36. – № 31-32. – P. 4869-4888.
92. Alekseenko, O.P. Exact Solution of One Classical Problem on Hydraulic Fracturing / O.P. Alekseenko, A.M. Vaisman // Journal of Mining Science. – 2001. – Vol. 37. – № 5. – P. 493-503.
93. Ghassemi, A. Three-dimensional poroelastic hydraulic fracture simulation using the displacement discontinuity method: Ph.D. thesis / A. Ghassemi. – USA: Univ. of Oklahoma, 1996. – 173 p.

94. Rice, J.R. The stabilization of spreading shear faults by coupled deformation-diffusion effects in fluid-infiltrated porous materials / J.R. Rice, D.A. Simons // *Journal of Geophysical Research* (1896-1977). – 1976. – Vol. 81. – № 29. – P. 5322-5334.
95. Cleary, M.P. Fundamental solutions for a fluid-saturated porous solid / M.P. Cleary // *International Journal of Solids and Structures*. – 1977. – Vol. 13. – № 9. – P. 785-806.
96. Cleary, M.P. Moving singularities in elasto-diffusive solids with applications to fracture propagation / M.P. Cleary // *International Journal of Solids and Structures*. – 1978. – Vol. 14. – № 2. – P. 81-97.
97. Settari, A. Simulation of Hydraulic Fracturing Processes / A. Settari // *Society of Petroleum Engineers Journal*. – 1980. – Vol. 20. – № 06. – P. 487-500.
98. Detournay, E. A Poroelastic PKN Hydraulic Fracture Model Based on an Explicit Moving Mesh Algorithm / E. Detournay, A.H.-D. Cheng, J.D. McLennan // *Journal of Energy Resources Technology*. – 1990. – Vol. 112. – № 4. – P. 224-230.
99. Salimzadeh, S. Three-Dimensional Poroelastic Effects during Hydraulic Fracturing in Permeable Rocks / S. Salimzadeh, A. Paluszny, R.W. Zimmerman // *International Journal of Solids and Structures*. – 2016. – Vol. 108. – P. 153-163.
100. Федоренко, Р.П. Введение в вычислительную физику / Р.П. Федоренко. – М.: Издательство Московского физико-технического института, 1994. – 528 с.
101. Gordeyev, Yu.N. Growth of a crack produced by hydraulic fracture in a poroelastic medium / Yu.N. Gordeyev // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. – 1993. – Vol. 30. – № 3. – P. 233-238.
102. Gordeyev, Yu.N. The pressure distribution around a growing crack / Yu.N. Gordeyev, V.M. Entov // *International Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. – 1997. – Vol. 61. – № 6. – P. 1025-1029.
103. Kovalyshen, Y. Fluid-driven fracture in poroelastic medium: Ph.D. thesis / Y. Kovalyshen. – Minneapolis: University of Minnesota, 2010. – 215 p.
104. Zhang, X. Study of Poroelasticity and Its Application to Petroleum Related Problems: Ph.D. thesis / X. Zhang. – Austin: Univ. of Texas, 1994. – 123 p.

105. Boone, T.J. Simulation of hydraulic fracture propagation in poroelastic rock with application to stress measurement techniques / T.J. Boone, A.R. Ingraffea, J.C. Roegiers // *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*. – 1991. – Vol. 28. – № 1. – P. 1-14.
106. Численное решение прямых и обратных задач тепломассопереноса в нефтяных пластах / М.Х. Хайруллин [и др.] // *Вестник Казанского технологического университета*. – 2013. – № 24. – С. 125-128.
107. Linkov, A.M. The particle velocity, speed equation and universal asymptotics for the efficient modelling of hydraulic fractures / A.M. Linkov // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. – 2015. – Vol. 79. – № 1. – P. 54-63.
108. Lewis, R.W. The Finite Element Method in the Static and Dynamic Deformation and Consolidation of Porous Media, 2nd Edition / R.W. Lewis, B.A. Schrefler. – 2 edition. – Chichester ; New York: Wiley, 1998. – 508 p.
109. Kim, J. Stability, Accuracy, and Efficiency of Sequential Methods for Coupled Flow and Geomechanics / J. Kim, H.A. Tchelepi, R. Juanes // *SPE Journal*. – 2011. – Vol. 16. – № 02. – P. 249-262.
110. Ern, A. A posteriori error analysis of Euler-Galerkin approximations to coupled elliptic-parabolic problems / A. Ern, S. Meunier // *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis - Modélisation Mathématique et Analyse Numérique*. – 2009. – Vol. 43. – № 2. – P. 353-375.
111. Murad, M.A. Asymptotic Behavior of Semidiscrete Finite-Element Approximations of Biot's Consolidation Problem / M.A. Murad, V. Thomée, A.F.D. Loula // *SIAM Journal on Numerical Analysis*. – 1996. – Vol. 33. – № 3. – P. 1065-1083.
112. White, J.A., Stabilized low-order finite elements for coupled solid-deformation/fluid-diffusion and their application to fault zone transients / J.A White, R.I. Borja // *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* – 2008. – Vol. 197. – № 49–50. – P. 4353–4366.
113. Commend, S. Stabilized finite elements applied to elastoplasticity: I. Mixed displacement pressure formulation / S. Commend, A. Truty, T. Zimmermann //

Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2004. – Vol. 193. – Stabilized finite elements applied to elastoplasticity. – P. 3559-3586.

114. Xia, K. A stabilized finite element formulation for finite deformation elastoplasticity in geomechanics / K. Xia, A. Masud // Computers and Geotechnics. – 2009. – Vol. 36. – № 3. – P. 396-405.

115. Mourad, H.M. A bubble-stabilized finite element method for Dirichlet constraints on embedded interfaces / H.M. Mourad, J. Dolbow, I. Harari // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2007. – Vol. 69. – № 4. – P. 772-793.

116. Dolbow, J.E. Residual-free bubbles for embedded Dirichlet problems / J.E. Dolbow, L.P. Franca // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2008. – Vol. 197. – P. 3751-3759.

117. Bechet, E. A stable Lagrange multiplier space for stiff interface conditions within the extended finite element method / E. Bechet, N. Moës, B. Wohlmuth // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2009. – Vol. 78. – № 8. – P. 931-954.

118. Hautefeuille, M. Robust imposition of Dirichlet boundary conditions on embedded surfaces / M. Hautefeuille, C. Annavarapu, J.E. Dolbow // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2012. – Vol. 90. – № 1. – P. 40-64.

119. Dolbow, J. An efficient finite element method for embedded interface problems / J. Dolbow, I. Harari // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 2009. – Vol. 78. – № 2. – P. 229-252.

120. Dziuk, G. Surface Finite Elements for Parabolic Equations / G. Dziuk, C.M. Elliott // Journal of Computational Mathematics. – 2007. – Vol. 25. – № 4. – P. 385-407.

121. Dziuk, G. An Eulerian approach to transport and diffusion on evolving implicit surfaces / G. Dziuk, C.M. Elliott // Computing and Visualization in Science. – 2010. – Vol. 13. – № 1. – P. 17-28.

122. Olshanskii, M.A. A Volume Mesh Finite Element Method for PDEs on Surfaces / M.A. Olshanskii, A. Reusken, X. Xu // European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS 2012), eds. J. Eberhardsteiner et.al. – Vienna, Austria: ECCOMAS 2012, 2012. – P. 10-14.



123. Ruuth, S.J. A simple embedding method for solving partial differential equations on surfaces / S.J. Ruuth, B. Merriman // *Journal of Computational Physics*. – 2008. – Vol. 227. – № 3. – P. 1943–1961.
124. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Лаборатория знаний, 2015. – 639 с.
125. Carrier, B. Numerical modeling of hydraulic fracture problem in permeable medium using cohesive zone model / B. Carrier, S. Granet // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2012. – Vol. 79. – P. 312-328.
126. Numerical analysis of the effects of bedded interfaces on hydraulic fracture propagation in tight multilayered reservoirs considering hydro-mechanical coupling / Y. Ju [et al.] // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2019. – Vol. 178. – P. 356-375.
127. Dontsov, E.V. An approximate solution for a penny-shaped hydraulic fracture that accounts for fracture toughness, fluid viscosity and leak-off / E.V. Dontsov // *Royal Society Open Science*. – 2016. – Vol. 3. – № 12. – P. 1-18.
128. Lecampion, B. Numerical methods for hydraulic fracture propagation: A review of recent trends / B. Lecampion, A. Bungler, X. Zhang // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. – 2018. – Vol. 49. – Numerical methods for hydraulic fracture propagation. – P. 66-83.
129. Dontsov, E.V. A multiscale Implicit Level Set Algorithm (ILSA) to model hydraulic fracture propagation incorporating combined viscous, toughness, and leak-off asymptotics / E.V. Dontsov, A.P. Peirce // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 2017. – Vol. 313. – P. 53-84.
130. Гладков, И.О. Решение плоской задачи о гидроразрыве с контрастом напряжений / И.О. Гладков, А.М. Линьков // *Прикладная Механика и Техническая Физика*. – 2018. – Т. 59. – № 2. – С. 177-188.
131. Самарский, А.А. Численные методы математической физики / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – 2-е изд. – М.: Научный мир, 2003. – 316 с.
132. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений / А.А. Самарский [и др.]. – М.: Наука, 1987. – 480 с.

133. Мареев, В.В. Многосеточные методы. Введение в стандартные методы / В.В. Мареев, Е.Н. Станкова. – СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та, 2012. – 61 с.
134. Шайдуров, В.В. Многосеточные методы конечных элементов / В.В. Шайдуров. – М.: Наука, 1989. – 288 с.
135. Качанов, Л.М. Основы механики разрушения / Л.М. Качанов. – М.: Наука, 1974. – 312 с.
136. Geniaut, S. A simple method for crack growth in mixed mode with X-FEM / S. Geniaut, E. Galenne // International Journal of Solids and Structures. – 2012. – Vol. 49. – № 15. – P. 2094-2106.
137. Мазо, А.Б. Явно-неявные алгоритмы ускорения расчета двухфазного притока к горизонтальной скважине с многостадийным гидроразрывом пласта / А.Б. Мазо, М.Р. Хамидуллин // Вычислительные методы и программирование. – 2017. – Т. 18. – С. 204-213.
138. Новацкий, В.К. Теория упругости / В.К. Новацкий. – М.: Мир, 1975. – 256 с.
139. Протодьяконов, И.О. Гидромеханика псевдооживленного слоя / И.О. Протодьяконов, Ю.Г. Чесноков. – Ленинград: Химия, 1982. – 264 с.
140. Шляпкин, А.С. Математическое моделирование процесса формирования трещины ГРП с учетом осаждения проппанта и фильтрационных утечек в породу / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Сборник докладов XXIV научно-практической конференции «Пути реализации нефтегазового потенциала Западной Сибири». – Ханты-Мансийск: НАЦ РН Им. Шпильмана, 2021. – С.215-224.
141. Шляпкин, А.С. О решении задачи гидроразрыва пласта в одномерной математической постановке / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Нефтяное хозяйство. – 2020. – № 12. – С. 118-121.
142. Шляпкин, А.С. Математическая модель движения проппанта в трещине гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Тезисы докладов XII научно-практической конференции «Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений. – Москва: ЗАО «Издательство «Нефтяное хозяйство», 2019. – С. 44.

143. Шляпкин, А.С. Математическая модель движения пропанта в трещине гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Актуальные проблемы нефтегазовой отрасли. Сборник докладов научно-практических конференций журнала «Нефтяное хозяйство» 2019 г. – Москва: ЗАО «Издательство «Нефтяное хозяйство», 2020. – С. 88-93.
144. Шляпкин, А.С. Формирование трещины гидроразрыва высоковязким гелем / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. – 2020. – № 9. – С. 109-112.
145. Карнаков, П.В. Модель гидроразрыва пласта, включающая механизм закупоривания трещины пропантом / П.В. Карнаков, В.Н. Лапин, С.Г. Черный // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Информационные технологии. – 2014. – Т. 12. – № 1. – С. 19-33.
146. Татосов, А.В. Неустановившиеся течения одно- и двухфазных сред в каналах: автореф. дис. ...докт. техн. наук: 01.02.05 / А.В. Татосов. – Тюмень: Тюменский государственный университет, 2006. – 280 с.
147. Самарский, А.А. Разностные методы решения задач газовой динамики: Учеб. пособие: Для вузов. - 2-е изд., доп. / А.А. Самарский, Ю.П. Попов. – М.: Наука, 1922. – 424 с.
148. Ивашнев, О.Е. Формирование трещины гидроразрыва в пористой среде / О.Е. Ивашнев, Н.Н. Смирнов // Вестник Московского ун-та. Математика. Механика. – 2003. – № 6. – С. 28-36.
149. TSH FRAC Программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятий и оценке рисков: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020619401 Российская федерация / А.В. Татосов, А.С. Шляпкин. – № 2020618141; заявл. 23.07.20; опубли. 17.08.2020, Бюл. № 8. – 1 с.
150. ГОСТ 19.101-77, Единая система программной документации. Виды программ и программных документов [Электронный ресурс]. – М., 1977. – С. 18-20. – Режим доступа: <https://docs.cntd.ru/document/1200007627>.

151. Шляпкин, А.С. О проведении экспресс-оценки геометрических параметров закрепленной на проппанте трещины гидроразрыва пласта методами математического моделирования / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2020. – Т. 6. – № 3. – С. 79-92.
152. Economides, M. Unified Fracture Desing / M. Economides, R. Oligney, P. Valko. – Alvin, TX, 2002. – 236 p.
153. Шляпкин, А.С. Анализ существующих цифровых инструментов для расчета накопленной добычи нефти в зависимости от используемой массы проппанта и геометрических параметров трещины ГРП / А.С. Шляпкин, Д.В. Масунов // Материалы XIX конференции молодых ученых и специалистов Филиала ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть.» – Тюмень: Филиал ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг» «КогалымНИПИнефть», 2019. – С. 455-466.
154. Шляпкин, А.С. О решении задачи гидроразрыва в гибридной PKN-KGD постановке / А.С. Шляпкин // Тезисы докладов научно-технической конференции «Цифровые технологии в добыче и переработке углеводородов: от моделей к практике». – Москва: ЗАО «Издательство «Нефтяное хозяйство», 2020. – С. 42.
155. Шляпкин, А.С. Математическое моделирование закрепленной проппантом трещины гидроразрыва пласта с использование программного комплекса TSH FRAC / А.С. Шляпкин // Тезисы докладов XIII научно-технической конференции «Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений нефти и газа». – Москва: ЗАО «Издательство «Нефтяное хозяйство», 2021. – С. 57.
156. Шляпкин, А.С. Численная и программная реализация одномерной математической модели гидроразрыва пласта / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. – 2021. – Т. 7. – № 1. – С. 126-145.
157. Шляпкин, А.С. Математическое моделирование закрепленной на проппанте трещины гидроразрыва пласта с использование программного комплекса TSH FRAC / А.С. Шляпкин // Сборник докладов международной научно-

практической конференции «Новые технологии – нефтегазовому региону». – Тюмень: ТИУ, 2021. – С. 98-101.

158. Шляпкин, А.С. Оценка геометрических параметров трещины гидравлического разрыва пласта при выполнении экспресс-расчета на гибридной модели / А.С. Шляпкин, А.В. Татосов // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. – 2021. – №10. – С. 63-67.

**ПРИЛОЖЕНИЕ А**

**Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ**



Графическое приложение А.1 – Свидетельство о регистрации. TSH FRAC

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**

**Комплекс программ TSH FRAC. Основной функционал**



TSH FRAC    НовыйПроект

Файл    Настройка    Помощь

Параметры заказа

№ эксперимента	Полный расход, м3/мин	Время начала подачи проппанта, мин	Остановка подачи смеси, мин	Полное расчетное время, мин	Начальное объемное содержание проппанта (жидкая доля)	Конечное объемное содержание проппанта (жидкая доля)

2D визуализатор

Расчет затрат

№ эксперимента	Модуль сдвига, Па	Коэффициент Пуассона, б	Проницаемость пласта, м2

Оценка рисков

№ эксперимента	Вязкость жидкости разрыва, Па·с	Вязкость жидкости разрыва, Па·с	Вязкость жидкости разрыва, Па·с

Менеджер отчетов

№ эксперимента	Стоимость проппанта, тыс.р./т.	Стоимость Жидкости разрыва, тыс.р./т.	Зарплата тыс.р.	Операция 1	Операция 2	Операция 3

О программе

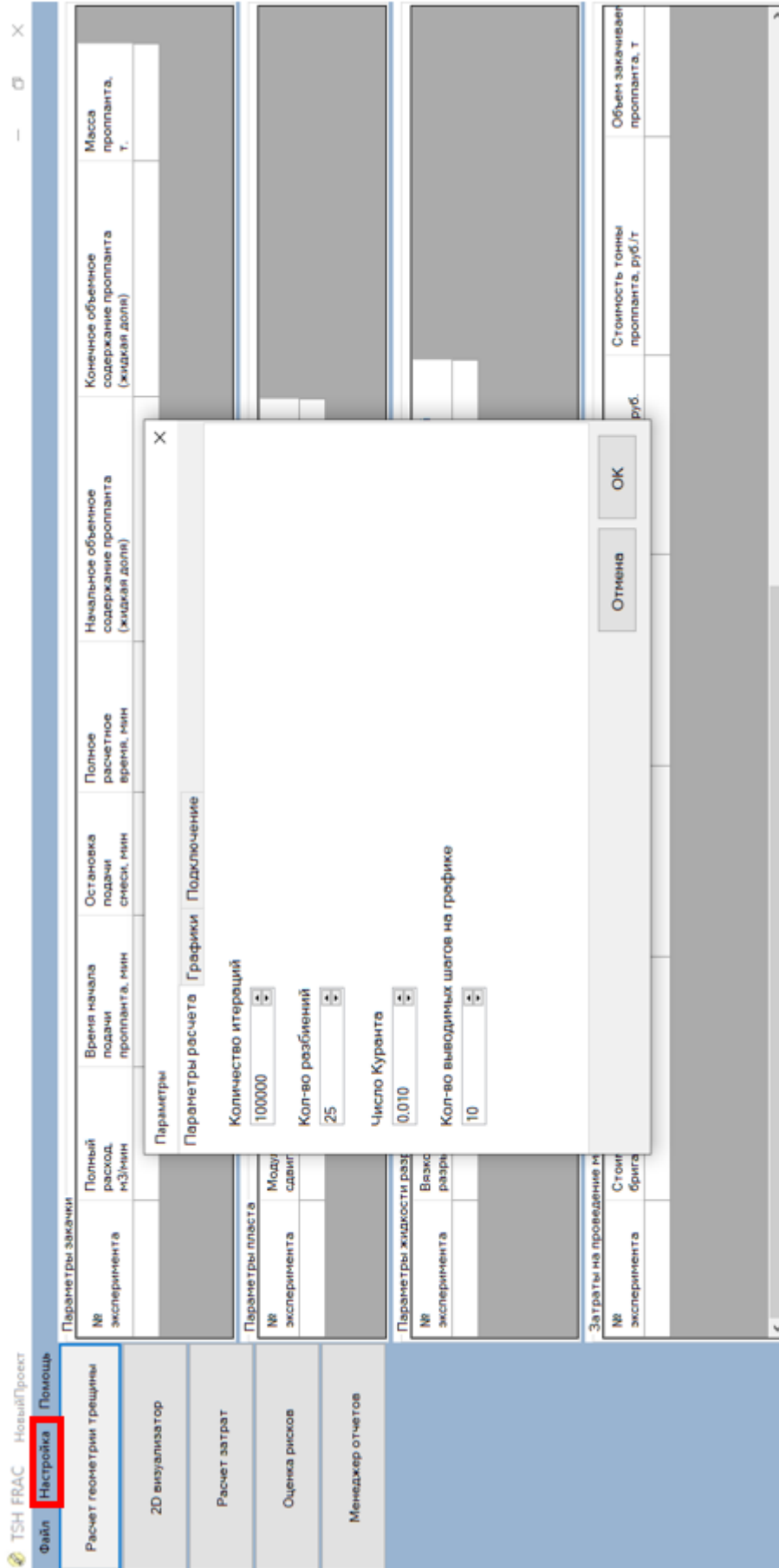
**TSH FRAC**  
Версия 1.0

Программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятий и оценки рисков

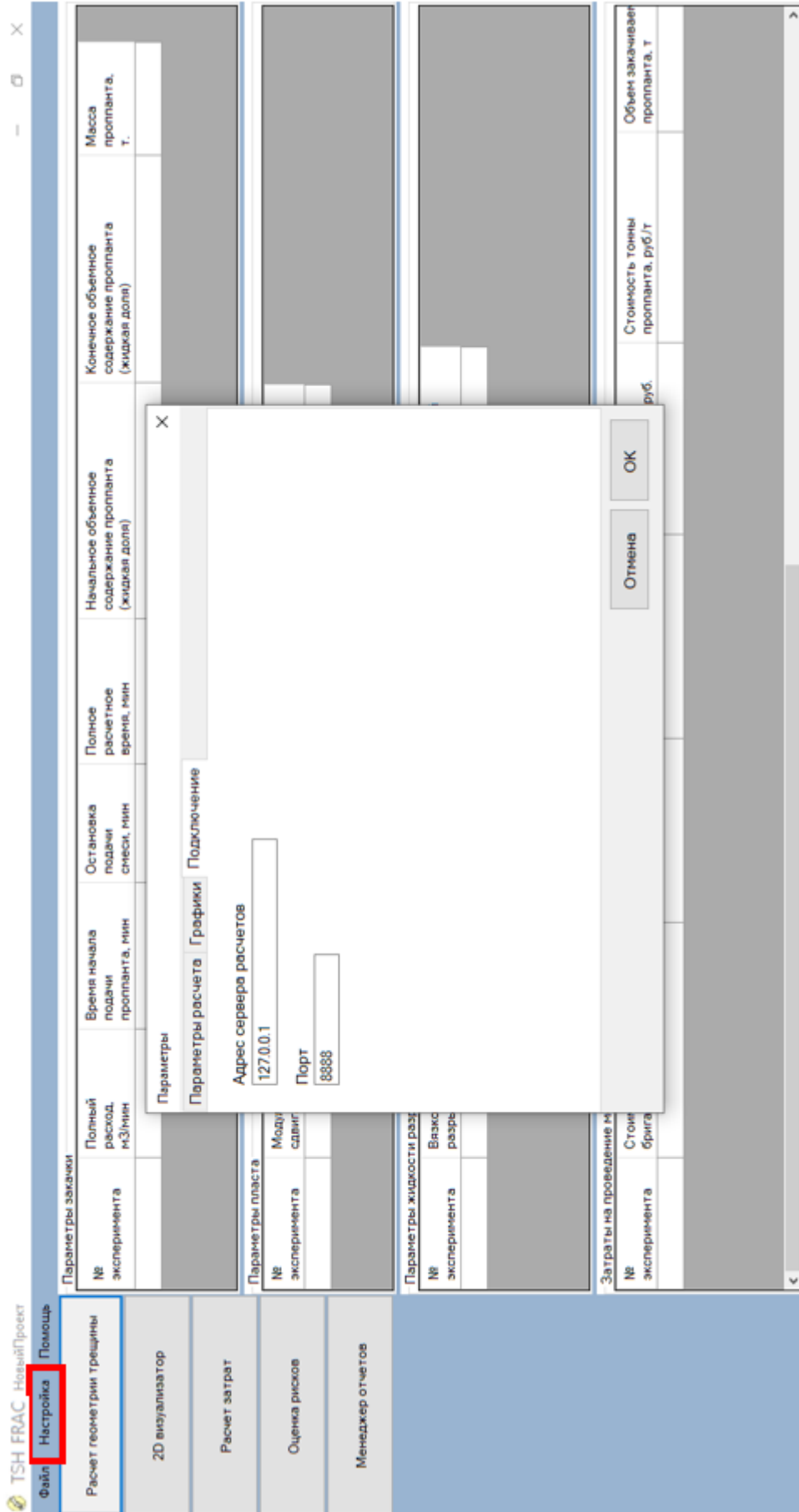
**Авторы:**  
Татосов Алексей Викторович,  
Шляпкин Алексей Сергеевич

**E-mail:**  
atatosov@udtmn.ru,  
a.s.shlyapkin@yandex.ru

Графическое приложение Б.1 – Рабочее окно комплекса программ. TSH FRAC



Графическое приложение Б.2 – Меню «настройка». TSH FRAC



Графическое приложение Б.3 – Настройки подключения. TSH FRAC

TSH FRAC ПримерПроект.tch

Файл Настройка Помощь

Расчет геометрии трещины

2D визуализатор

Расчет затрат

Оценка рисков

Менеджер отчетов

Параметры заказа

№ эксперимента	Полный расход, м3/мен	Время начала подачи проппанта, мин	Остановка подачи, мин	Полное расчетное время, мин	Начальное объемное содержание проппанта (жидкая доля)	Конечное объемное содержание проппанта (жидкая доля)	Масса проппанта, т.
СтандартУсл	2	4	40	50	0	0.25	200
Датс	3	10	30	60	0	0.25	230.5

Журнал расчета

2020-08-25 22:54:24 Подключение не установлено, т.к. конечный компьютер отверг запрос на подключение 127.0.0.1:8888

Параметры пласта

№ эксперимента	Модуль сдвига
СтандартУсл	850000
Датс	850000

Параметры жидкости разрыва

№ эксперимента	Вязко-разрыв
СтандартУсл	0.04
Датс	0.04

Затраты на проведение мероприятия

№ эксперимента	Стоимость бригады
СтандартУсл	150
Датс	150

Объем закачанного проппанта, т

№ эксперимента	Объем закачанного проппанта, т
СтандартУсл	30
Датс	30

Графическое приложение Б.4 – Запуск Сервера. TSH FRAC

TSH FRAC ПримерПроект.tsh  
 Файл Настройка Помощь

Расчет геометрии трещины

2D визуализатор

Расчет затрат

Оценка рисков

Менеджер отчетов

Параметры заказчика

№ эксперимента	Полный расход, м3/мин	Время начала подачи проппанта, мин	Остаточная подача смеси, мин	Полное	Начальное объемное	Конечное объемное	Масса проппанта,
СтандартУсл	2	4	40	Журнал расчета			0
Датс	3	10	30				0.5

Параметры пласта

№ эксперимента	Модуль сдвига, Па	Коэффициент Пуассона, безразм.	Высота трещины
СтандартУсл	8500000000	0.25	20
Датс	8500000000	0.26	20

Параметры жидкости разрыва и проппантов

№ эксперимента	Вязкость жидкости разрыва, Па*с	Диаметр частиц, м
СтандартУсл	0.04	0.0005
Датс	0.04	0.0005

Затраты на проведение мероприятия

№ эксперимента	Стоимость мобилизации бригады КРС, тыс руб.
СтандартУсл	150
Датс	150

Журнал расчета

```

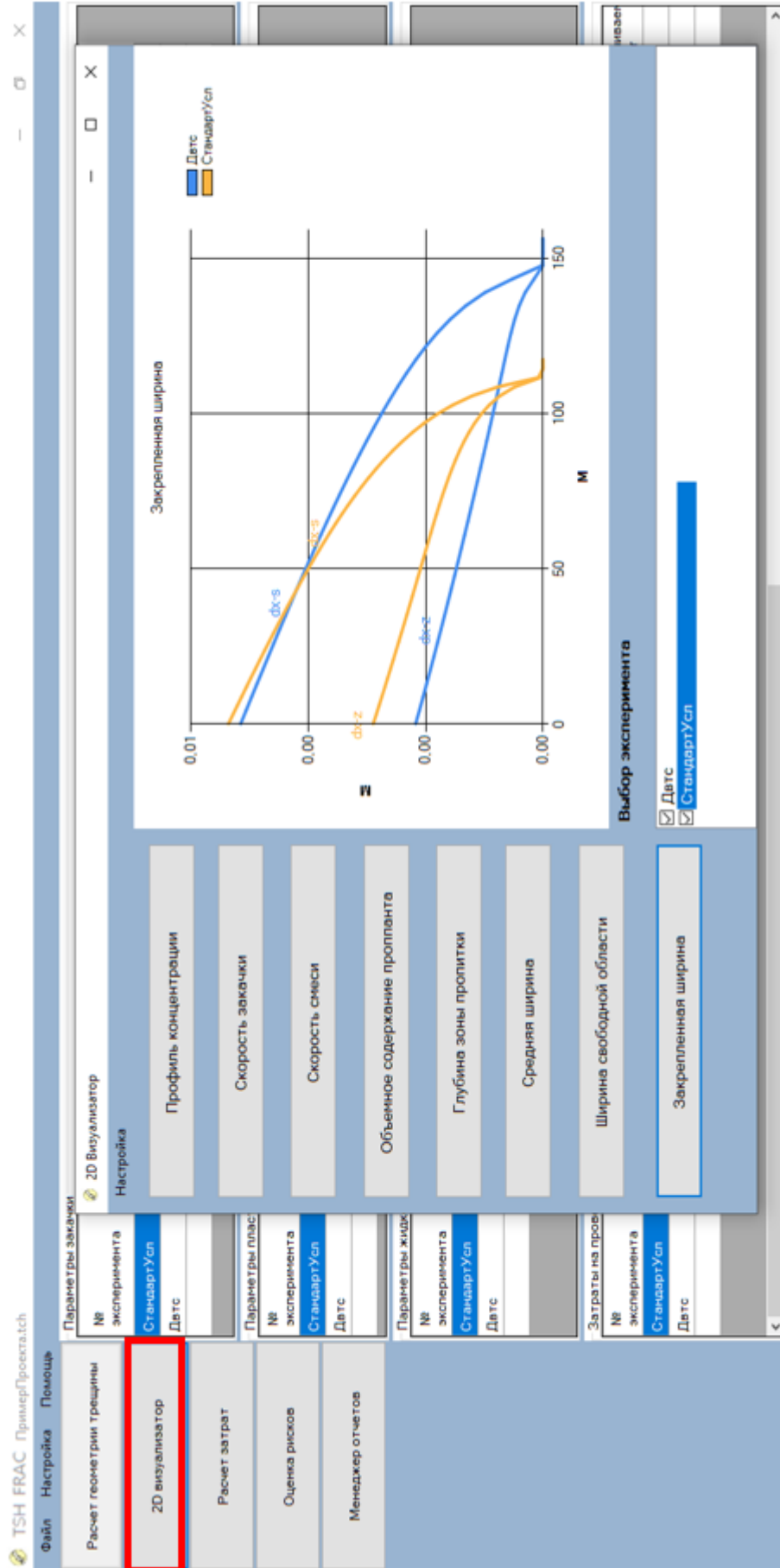
2020-08-25 22:56:14 Датс: Начало расчета
2020-08-25 22:56:14 Датс: Q=3;
2020-08-25 22:56:14 Датс: T1=10;
2020-08-25 22:56:14 Датс: T2=30;
2020-08-25 22:56:14 Датс: T3=60;
2020-08-25 22:56:14 Датс: A1=0;
2020-08-25 22:56:14 Датс: A2=0.25;
2020-08-25 22:56:14 Датс: MS=8500000000;
2020-08-25 22:56:14 Датс: KP=0.26;
2020-08-25 22:56:14 Датс: h=20;
2020-08-25 22:56:14 Датс: beta=0.21;
2020-08-25 22:56:14 Датс: k=1.5E-15;
2020-08-25 22:56:14 Датс: eta=0.04;
2020-08-25 22:56:14 Датс: dp=0.0005;
2020-08-25 22:56:14 Датс: mu=2000;
2020-08-25 22:56:14 Датс: nu=1000;
2020-08-25 22:56:14 Датс: Kr=0.01;
2020-08-25 22:56:14 Датс: Kx=25;
2020-08-25 22:56:14 Датс: nmx=100000;
2020-08-25 22:56:14 Датс: alpha=10;
2020-08-25 22:56:14 Датс: Выполнено за 1684 мс.
  
```

С:\Users\Алексей\Documents\Аспирантура\proca\CalcServer\CalculationServer.exe

```

Параметры:Q:2;T1:4;T2:40;T3:50;A1:0;A2:0.25;MS:8500000000;KP:0.25;h:20;beta:0.21;k:1.5E-15;eta:0.04;dp:0.0005;mu:2000;nu:1000;Kr:0.01;nmx:100000;steps:10;nx:25
Результат расчета успешно отправлен
Подключен новый клиент:127.0.0.1
Операция:Calculation;Датс
Параметры:Q:3;T1:10;T2:30;T3:60;A1:0;A2:0.25;MS:8500000000;KP:0.26;h:20;beta:0.21;k:1.5E-15;eta:0.04;dp:0.0005;mu:2000;nu:1000;Kr:0.01;nmx:100000;steps:10;nx:25
Результат расчета успешно отправлен
  
```

Графическое приложение Б.5 – Журнал расчета. TSH FRAC



Графическое приложение Б.6 – 2D-визуализатор. TSH FRAC

TSH FRAC ПримерПроекта.tch

Файл Настройка Помощь

Параметры заказчика

№ эксперимента	Полный расход, м3/мин	Время начала подачи проппанта, мин	Остановка подачи снеси, мин	Полное расчетное время, мин	Начальное объемное содержание проппанта (жидкая доля)	Конечное объемное содержание проппанта (жидкая доля)	Масса проппанта, т
СтандартУсл	2	4	40	50	0	0,25	200
Дата							230,5

2D визуализатор

Расчет затрат

**Оценка рисков**

Менеджер отчетов

**Полный расход, м3/мин**

Минимум: 0.0000000000000000  
Предупреждение по минимуму

Максимум: 100.0000000000000000  
Предупреждение по максимуму

Если минимум равен максимуму, то правило игнорируется

**Параметры:**

- Полный расход, м3/мин
- Время начала подачи проппанта, мин
- Остановка подачи снеси, мин
- Полное расчетное время, мин
- Начальное объемное содержание проппанта (жидкая доля)
- Конечное объемное содержание проппанта (жидкая доля)
- Масса проппанта, т
- Модуль сдвига, Па
- Коэффициент Пуассона, безразм.
- Высота трещина, м
- Пористость пласта, д.ед.
- Проницаемость пласта, м2
- Вязкость жидкости разрыва, Па\*с
- Диаметр частиц, м
- Плотность твердой фазы, кг/м3
- Плотность жидкой фазы, кг/м3
- Стоимость мобилизации бригады КРС, тыс руб.
- Стоимость 1 бригадо-часа КРС, руб.
- Стоимость тонны проппанта, руб/т
- Объем закачиваемого проппанта, т

Зат	№ экс	Дата	Гонимы руб./т	Объем закачиваемого проппанта, т
СтандартУсл	150	30.05.2020	7500	40000
Дата	150	30.05.2020	7500	40000

Графическое приложение Б.7 – Прописывание пользовательских сценариев. TSH FRAC

TSH FRAC ПримерПроекта.tch  
 Файл Настройка Помощь

Параметры зачки

№ эксперимента	Полный расход м3/мин	Время начала подачи пропанта, мин	Остановка подачи спешк. мин	Полное расчетное время, мин	Начальное объемное содержание пропанта (жидкая доля)	Конечное объемное содержание пропанта (жидкая доля)	Масса пропанта, т
СтандартУсл	2	4	40	50	0	0.25	200
Датс	3	10	30	60	0	0.25	230.5

Менеджер отчетов

Выбор эксперимента:

Датс

Геометрия трещины

Сводный отчет

Риски

Затраты

Затраты на проведение мероприятия

№ эксперимента	Стоимость мобилизации бригады КРС, тыс.руб.	Дата начала проведения ГРП	Стоимость бригадо-часа КРС, руб.	проедения ГРП	пропанта, руб/т	пропанта, т
СтандартУсл	150	30.05.2020	7500	06.06.2020	40000	30
Датс	150	30.05.2020	7500	06.06.2020	40000	30

Сохранение

Упорядочить > < << Аспирант... > прога > >> Поиск прога

Новая папка

Имя

Дата изменения

Тип

25.08.2020 22:52 Папка

25.08.2020 22:52 Папка

25.08.2020 22:51 Папка

Имя файла: СводныйОтчет\_20200825\_230056

Тип файла: (\*.xlsx)

Сохранить Отмена

Графическое приложение Б.8 – Менеджер отчетов. TSH FRAC



TSH FRAC ПримерПроект.tch

Файл Настройка Помощь

Менеджер отчетов

Печать/Вывод на печать

Менеджер отчетов

Выбор эксперимента:

Датс

Расчет геометрии трещины

2D визуализатор

Расчет затрат

Оценка рисков

Менеджер отчетов

Сводный отчет

Геометрия трещины

Риски

Затраты

Сводный отчет

Excel

СводныйОтчет\_20200825\_230335 - Microsoft Excel

Формулы Данные Рецензирование

Вставка Разметка страницы Фортулы

Ссылки

Ж К Ч У

Шрифт Выравнивание Число Стиль Ячейки

Буфер обмена

Вставить Удалить

Общий

Сортировка Найдти и Фильтр

Выравнивание Число

Рецензирование

А1

Затраты

Шрифт Выравнивание Число Стиль Ячейки

Буфер обмена

Вставить Удалить

Общий

Сортировка Найдти и Фильтр

Рецензирование

Глубина вложенности

М

Количество: 2

60%

Готово

Номер шага	М	Н	О	Р	Q	S	T	U
1	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
3	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
4	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
5	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
7	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
8	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
9	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
10	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Затраты на проведение ГРП

№	А	В	С	D
1				
2	1	3	1	150
3	2	1	1	1096.2
4	2	2.1	1	1096.2
5	3	1	1	30.03.2020
6	3	2.1	1	09.09.2020
7	7	1	1	188
8	8	1	1	146.18
9	9	1	1	7500
10	10	3.2	1	1300
11	10	3.2	1	40000
12	11	1	1	30
13	13	2.3	1	4800
14	13	2.3	1	24500
15	15	1	1	200
16	16	1	1	250
17	3	1	1	150
18	4	1	1	7146.2
19				1096.2
20				6100
21				250
22				500
23				
24				
25				
26				

Комментарий

Единовременные затраты на проведение 1 отв.-опер. ГРП составляет 7146,2 тыс. руб., в т.ч. Зарплата бригады ГРС-1096,2 тыс.руб., материалы «Прокат», сметы для подготовки площадки разреза- 8100 тыс.руб., стоимость исследований- 250 тыс.руб., стоимость мобилизации/демобилизации бригады ГРС- 300 тыс.руб.

Затраты

Готово

Графическое приложение Б.9 – Пример выгрузки отчетов. TSH FRAC

**ПРИЛОЖЕНИЕ В**

**Акт внедрения в производственный процесс результатов научно-технической работ**



Филиал ООО «ЛУКОЙЛ-Инжиниринг»  
«КогалымНИПИнефть» в г. Тюмени

УТВЕРЖДАЮ

И.о. Заместителя генерального  
директора – директора филиала  
ООО «ЛУКОЙЛ – Инжиниринг»  
«КогалымНИПИнефть» в г. Тюмени,



К.Е. Кордик

2021 г.

### Акт внедрения

в производственный процесс результатов научно-технической работы Шляпкина Алексея Сергеевича главного специалиста Отдела проектирования и мониторинга разработки Дружного месторождения Управления проектирования и мониторинга разработки месторождений ТПП «Когалымнефтегаз» и ТПП «Повхнефтегаз» по теме «TSH FRAC программный комплекс для моделирования геометрических параметров трещины при проведении гидроразрыва пласта, определения стоимости мероприятий и оценки рисков».

Настоящим актом подтверждается, что методика расчета, основанная на авторской математической модели, используется при экспресс-анализе для оценки параметров трещины ГРП на этапе подбора скважин-кандидатов для проведения ГРП.

Тематика включена в План перспективных НИОКР на 2022-2024 гг., является актуальной для Компании. Планируемый удельный экономический эффект для Компании связан с возможностью оптимизации издержек, сопряженных с использованием коммерческого ПО, и получением финансовой выгоды от реализации на этапе создания полноценного симулятора ГРП.

Заместитель директора филиала  
по научной работе в области  
разработки месторождений

И.С. Соколов

Российская Федерация  
625000, г. Тюмень  
ул. Республики, д. 41

Тел: (3452) 545-133  
Факс: (3452) 545-422  
E-mail: inbox@tmn.lukoil.com